

Technická univerzita v Košiciach
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra elektrotechniky a mechatroniky

RIADENIE PRIEMYSELNÝCH SYSTÉMOV

Pavol FEDOR – Daniela PERDUKOVÁ

Košice 2011

Autori: prof. Ing. Pavol Fedor, PhD.
 prof. Ing. Daniela Perduková, PhD.

Recenzenti: prof. Ing. Pavel Brandšetter, CSc.
 Ing. Peter Macko, PhD.

ISBN 978-80-553-1140-1

Obsah

OBSAH	1
1. ÚVOD	5
1.1. ZÁKLADNÉ POJMY	5
1.2. ROZDELENIE SYSTÉMOV	6
1.3. ZÁKLADNÉ PRVKY (PODSYSTÉMY) AUTOMATIZOVANÝCH SYSTÉMOV.....	8
1.4. ELEKTRICKÝ POHON AKO AUTOMATIZOVANÝ SYSTÉM	10
1.5. ZÁKLADNÉ SPÔSOBY AUTOMATICKÉHO RIADENIA.....	10
2. BLOKOVÁ ALGEBRA	13
2.1. ÚVOD DO BLOKOVEJ ALGEBRY	13
2.2. METÓDA POSTUPNÝCH ÚPRAV	15
2.3. METÓDA SIGNÁLOVÝCH ROVNÍC.....	21
3. POPIS DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV	25
3.1. SPÔSOBY POPISU SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV.....	25
3.2. POPIS DISKRÉTNÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV.....	27
3.3. POPIS LOGICKÝCH SYSTÉMOV	31
4. ANALÝZA DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV	37
4.1. ANALÝZA SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV	37
4.1.1. Analýza vlastností dynamického systému z prechodovej charakteristiky.....	39
4.1.2. Analýza vlastností dynamického systému z prenosu systému, z pólov charakteristickej rovnice	40
4.2. ANALÝZA SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV Z FREKVENČNÝCH CHARAKTERISTÍK	41
4.2.1. Analýza stability uzavretého regulačného obvodu	42
4.2.2. Analýza dynamických vlastností uzavretého regulačného obvodu	44
5. MODELOVANIE DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV	47
5.1. ZÁKLADNÉ POJMY	47
5.2. ETAPY MODELOVANIA	48
5.2.1. Zostavenie matematického modelu	48
5.2.2. Zostavenie počítačového modelu	50
5.2.3. Verifikácia programovej schémy	53
5.2.4. Simulácia	54

5.3.	NÁSTROJE POČÍTAČOVÉHO MODELOVANIA	54
5.3.1.	Klasifikácia výpočtových prostriedkov pre modelovanie	54
5.3.2.	Číslícové modelovanie	55
5.4.	MODELOVANIE VYBRANÝCH ÚLOH	56
5.4.1.	Modelovanie dopravného oneskorenia	56
5.4.2.	Generovanie funkcií času	60
5.4.3.	Generovanie periodických funkcií času	61
5.5.	Riešenie algebraických rovníc.....	64
6.	IDENTIFIKÁCIA DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV	66
6.1.	IDENTIFIKÁCIA SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV	66
6.1.1.	Experimentálna identifikácia	66
6.1.2.	Určenie parametrov prenosu dynamického systému	68
6.2.	IDENTIFIKÁCIA DISKRÉTNÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV	72
7.	SYNTÉZA SPOJITÝCH REGULAČNÝCH OBVODOV.....	74
7.1.	SPÄTNOVÄZOBNÉ RIADENIE.....	74
7.2.	PID REGULÁTOR	76
7.2.1.	SYNTÉZA REGULÁTORA TYPU PID.....	78
7.3.	Metóda ŽIADANÉHO PRENOSU	84
7.4.	MODÁLNE RIADENIE.....	86
8.	REALIZÁCIA ÚSTREDNÝCH ČLENOV	90
8.1.	ANALÓGOVÉ ÚSTREDNÉ ČLENY REGULÁTORA	90
8.2.	ČÍSLICOVÉ ÚSTREDNÉ ČLENY	92
8.2.1.	Realizácia číslicového ústredného člena (PID regulátora)	96
	LITERATÚRA.....	99

1. ÚVOD

1.1. ZÁKLADNÉ POJMY

Za automatické procesy intuitívne považujeme také, ktoré prebiehajú automaticky, t.j. bez zásahu aktívneho vonkajšieho činiteľa (napr. človeka) a dosahujú zvonku (mimo procesu, z externého prostredia) definovaný cieľ.

Deň a noc sa cyklicky striedajú bez zásahu zvonku, ale nie je to automatický proces, resp. ho nepovažujeme za automatizovaný proces, napríklad preto, že nemá definovaný cieľ.

Nemá veľký význam hovoriť o automatizácii všeobecne, ale iba v súvislosti s nejakým konkrétnym objektom (systémom, technologickým zariadením, procesom a pod.). Tento systém (zariadenie, sústavu) môžeme potom skúmať, či je automatizovaný, ako z neho urobiť automatizovaný systém a pod.

Systém

Systém je ľubovoľný objekt reálneho sveta, ktorý má definované:

- *podsystemy* (sa skladá z viacerých častí, prvkov systému)
- *väzby* (vzťahy) medzi týmito podsystemami (časťami)
- *vzťahy* na okolie

Automatizovaný systém

Je to nejaký **systém**, ktorý má navyše definované:

- cieľ (jeden zo svojich externých vstupov, ktorý predpisuje žiadanú hodnotu niektorému externému výstupu)
- ucelenú koncepciu (t.j. predstavu, o aké ďalšie podsystemy je potrebné pôvodný systém doplniť a aké väzby medzi nimi realizovať)

Automatizácia

Automatizácia je činnosť, pri ktorej z nejakého **systému** robíme **systém automatizovaný**, t.j. taký, ktorý má navyše:

1. zvonku (externe) definované ciele svojej činnosti
2. definovanú ucelenú koncepciu (doplňujúce podsystemy, ich prepojenie a pod.)

Kybernetika

Ak chceme teda nejaké zariadenia automatizovať (t.j. urobiť z nich automatizované), musíme poznať všeobecné zákonitosti riadenia, ktorými sa zaoberá veda o riadení, tzv. kybernetika. V našom prípade to bude jej užšia časť, tzv. technická kybernetika, pretože mechatronické a silnoprúdové zariadenia sú technické systémy.

Riadenie

Riadenie je širší pojem ako automatizácia. Automatizovaný systém musí byť riadený (nejako), ale riadený systém ešte nemusí byť automatizovaný (napr. šofér vedie auto, ale auto nedôjde automaticky bez zásahu šoféra do cieľa).

1.2. ROZDELENIE SYSTÉMOV

Aby sme mohli nejaký systém dobre automatizovať, musíme použiť vhodné postupy, ktoré sa líšia podľa druhu systému. Preto systémy rozdeľujeme podľa rôznych hľadísk.

Najdôležitejšie klasifikácie systémov:

1. z hľadiska času

- statické (ich výstup sa pri konštantnom vstupe nemení)
- dynamické (výstup je aj pri konštantnom vstupe funkciou času)
 - spojité v čase
 - diskkrétne v čase

2. z hľadiska signálov systému

- spojité (pracujú so signálmi spojitými v čase aj v úrovniach)
- diskkrétne (pracujú so signálmi v diskrétnych časových okamihoch, prípadne s konečným počtom úrovni signálov)
- logické (pracujú so signálmi boolovskeho typu 0-1)

3. z hľadiska parametrov systému

- stacionárne (parametre môžeme považovať za konštanty)
- časovo-variantné (parametre sú funkciami času)

4. z hľadiska počtu vstupov a výstupov systému

- jednorozmerové (SISO)
- mnohorozmerové (MIMO)

5. z hľadiska počtu prvkov systému

- ohraničené, reálne: počet prvkov je známy a konečný (RC obvody, ...)
- neohraničené, abstraktné: počet prvkov je neznámy, resp. nekonečný - vesmír
- neostre: počet prvkov nie je jednoznačne stanovený – hromada piesku

Dynamický systém (DS)

Za dynamický systém považujeme každý systém, ktorý obsahuje aspoň jeden dynamický podsystem.

Silnoprúdové zariadenie (SZ)

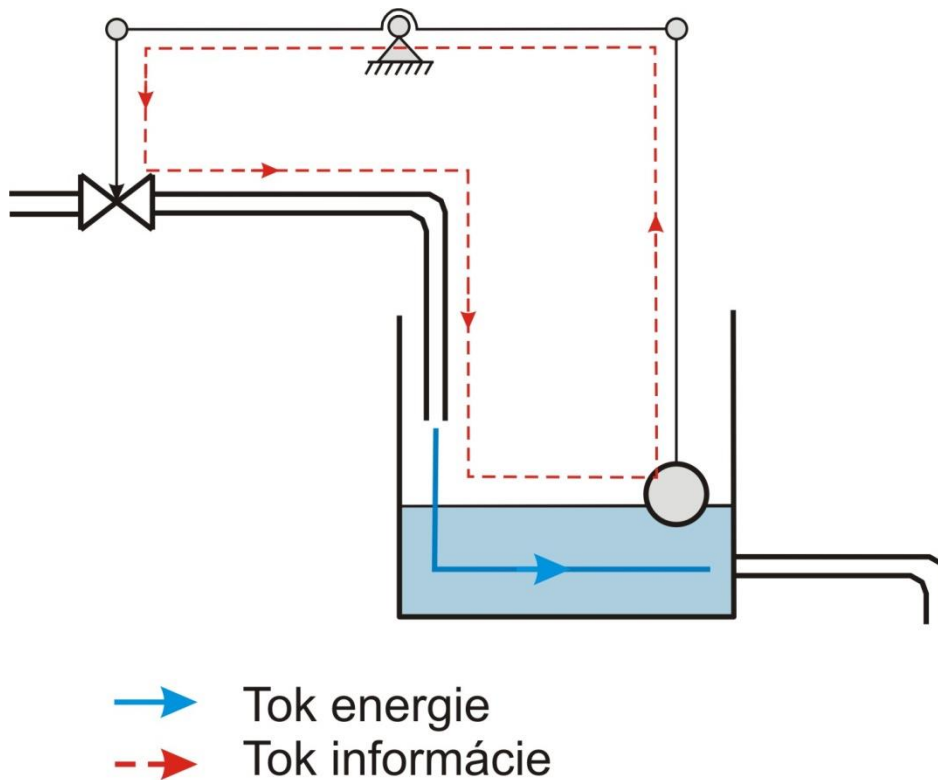
Silnoprúdové zariadenie je taký systém (zariadenie), ktorého niektoré podsystemy (časti) obsahujú silnoprúdové elektrické prvky (napr. el. pohony, meniče, elektricky ovládané ventily a pod.).

Aké sú hlavné úlohy pri automatizácii systémov (resp. technologických procesov so silnoprúdovými a mechatronickými podsystemami), t.j. čo je obsahom automatizácie ?

1. Kontrola stavu a priebehu procesu (priebežné sledovanie údajov, vyhodnocovanie kvality, rôzne bilancie, tzv. monitoring)

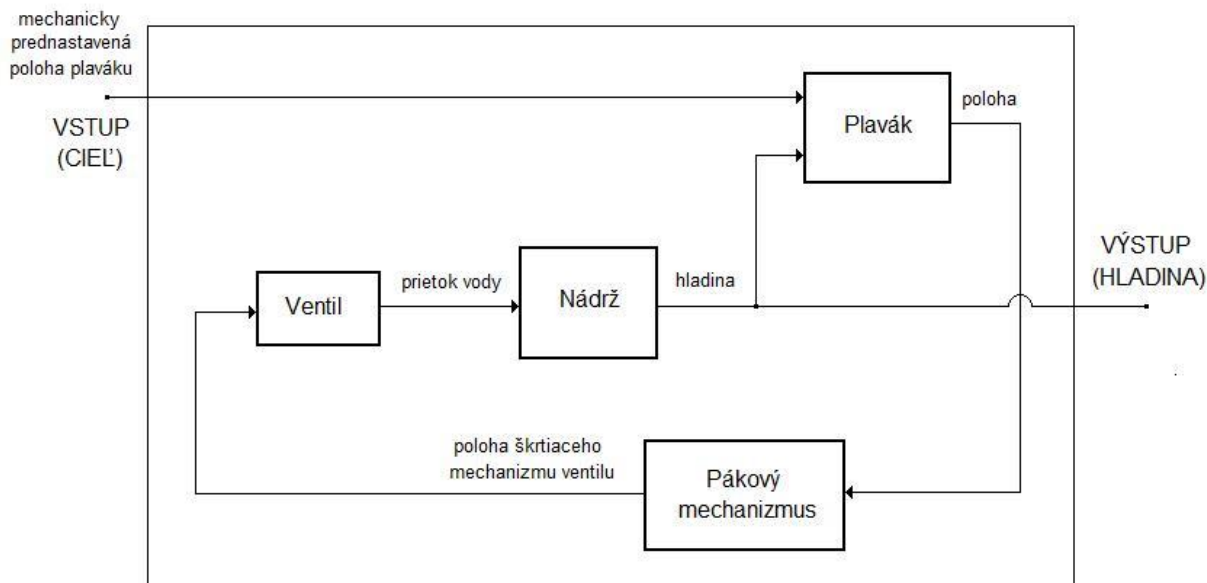
2. Stabilizácia vybraných parametrov procesu (regulácia na žiadané hodnoty)
3. Automatický nábeh a odstavenie zariadení (napr. motory so synchronnými motormi – tzv. logické programové riadenie)
4. Ošetrovanie havarijných stavov
5. Optimalizácia procesov (kvalita regulačných pochodov bez prekmitov, rýchlo a stabilne a pod.)
6. Zabezpečenie styku človek – stroj
7. Prepojenie procesu na nadradené úrovne, na väčšie nadradené celky (zapájanie systémov do sietí).

Príklad automatizovaného systému: Regulácia výšky hladiny v nádrži



Cieľ pre systém môžeme definovať ako „automaticky dopĺňať hladinu v nádrži,“. Tento cieľ je na vstupe do systému realizovaný jednorazovým mechanickým prednastavením plaváka na hladinu, pri ktorej má uzatvoriť ventil.

Tento systém (a každý iný) môžeme znázorniť graficky vo forme tzv. blokovej schémy, ktorá je zobrazená na obr.1:



Obr. 1 Bloková schéma automatizovaného systému dopĺňania nádrže

Poznámka: Všimnime si, že riadiace podsystemy pracujú s tokom informácie na rozdiel od „silových“, ktoré pracujú s tokom energie, resp. hmoty.

1.3. ZÁKLADNÉ PRVKY (PODSYSTÉMY) AUTOMATIZOVANÝCH SYSTÉMOV

Definícia základných (riadiacich) prvkov:

Riadiace prvky automatizovaných systémov sú tie ich časti (subsystemy), ktoré slúžia na **získavanie**, **transformáciu**, prenos, **spracovanie** a **využitie** informácie, slúžiacej pre automatizáciu systému.

Snímače

Sú to prvky, ktorých funkciou je **získať** informácie o regulovanom procese a **pretransformovať** ich do vhodnej formy (najčastejšie analógovej alebo číslicovej). Tejto činnosti hovoríme meranie. Meranie má dvojakú funkciu:

- je zdrojom informácií o vlastnostiach, parametroch procesu (identifikácia)
- je zdrojom informácií o stave a priebehu celého procesu riadenia

Ústredné členy

Úlohou je **spracovať** signál o skutočnom stave regulovanej sústavy podľa zvoleného algoritmu a určiť spôsob a kvalitu regulačného zásahu

Rozlišujeme ich podľa typu spracovávaných signálov na:

- logické
- analógové
- číslicové

Akčné členy

Sú to prvky, ktorých funkciou je vhodne ovládať vstup do riadenej sústavy na základe informácie z ústredného člena (**využitie** tejto informácie).

Napr. úlohou akčného člena elektrického pohonu je premeniť energiu siete (obvykle 230V, 400V/50Hz) na taký druh elektrickej energie, ktorý je vhodný pre motor, použitý v danom pohone. Napr. na kotvu jednosmerného motora bude privádzané jednosmerné napätie, ale rôznej veľkosti; na stator asynchrónneho motora striedavé napätie o rôznej amplitúde a frekvencii a pod.

Dôležitou podmienkou je aby táto premena bola ovládaná nízkovýkonovým signálom !

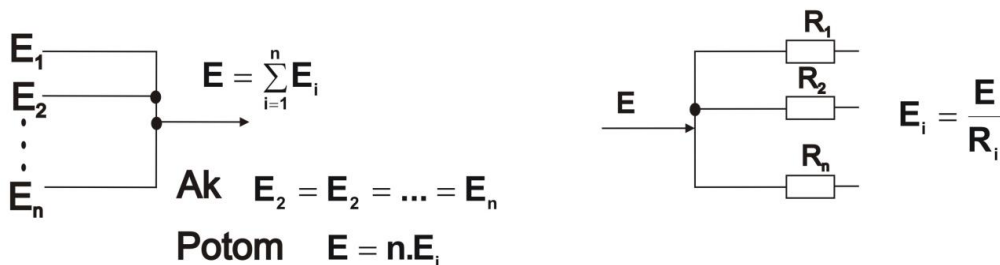


Všimnite si rozdiel medzi informáciou a energiou (resp. hmotou). Cieľom automatizácie je všeobecne povedané, riadiť tok hmoty, resp. energie. Informácia je abstraktný pojem, ktorý neobsahuje žiadnu energiu a **je na energii nezávislá**. Napr. tú istú informáciu vieme získať vo forme dopisu, telefonátu, svetelných značiek a pod.

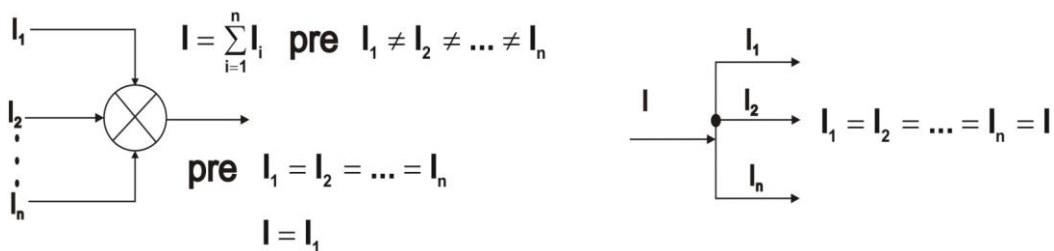


Energia je potrebná iba k prenosu informácie. Od jej kvality, druhu a množstva bude závislá kvalita transportu

TOK ENERGIE



TOK INFORMÁCIE



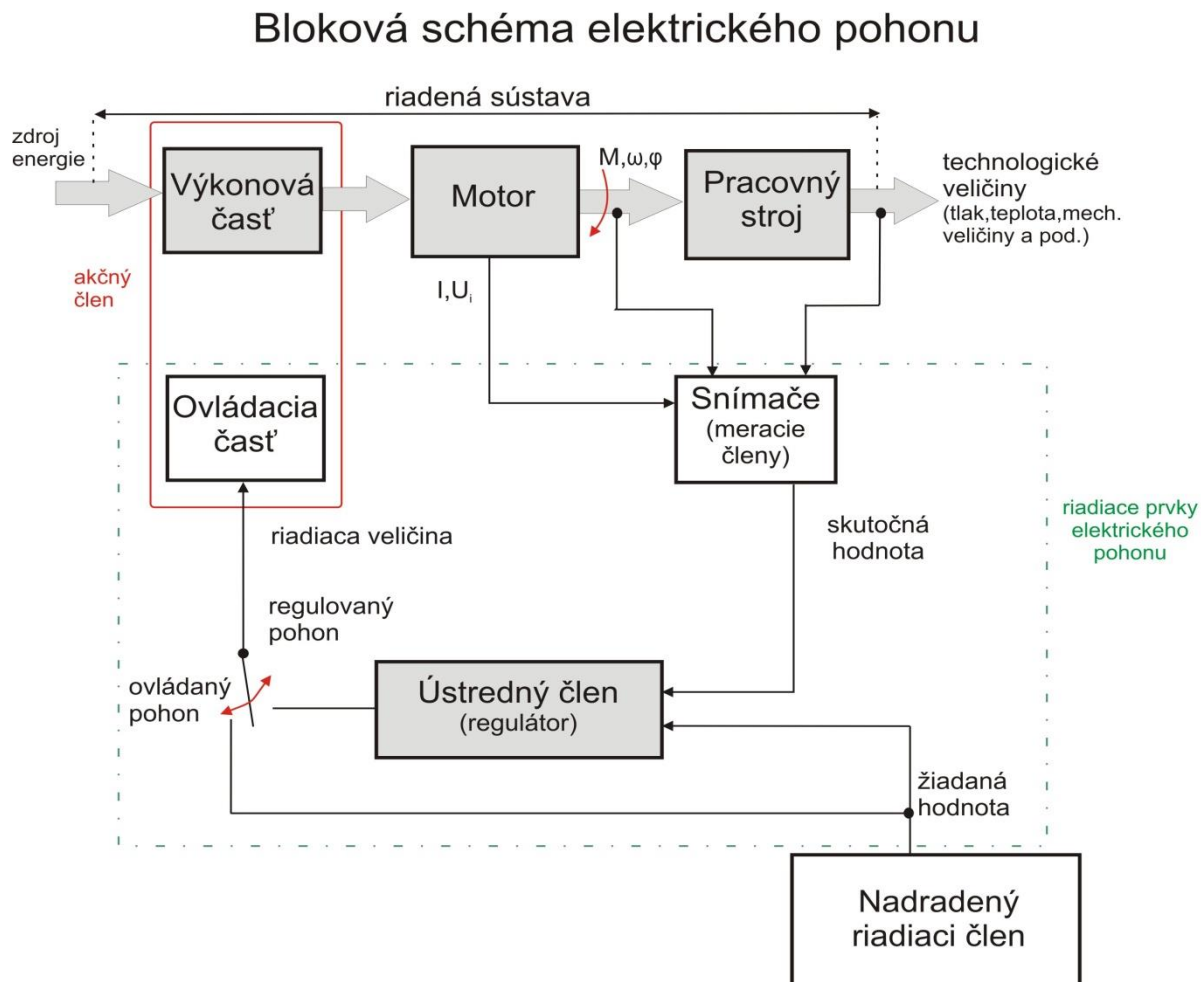
Pri delení informácie nedochádza ku jej zmenšeniu, ako pri energii (hmote). Nezáleží, či informáciu počuje 5 alebo 50 študentov.

1.4. ELEKTRICKÝ POHON AKO AUTOMATIZOVANÝ SYSTÉM

Definícia elektrického pohonu :

Elektrický pohon je systém vytvorený z vhodnej kombinácie zariadení (elektrotechnických aj neelektrotechnických podsystemov) pre elektromechanickú premenu energie a pre premenu signálov, riadiacich túto elektromechanickú premenu.

Túto definíciu si môžeme objasniť na nasledujúcom obrázku.



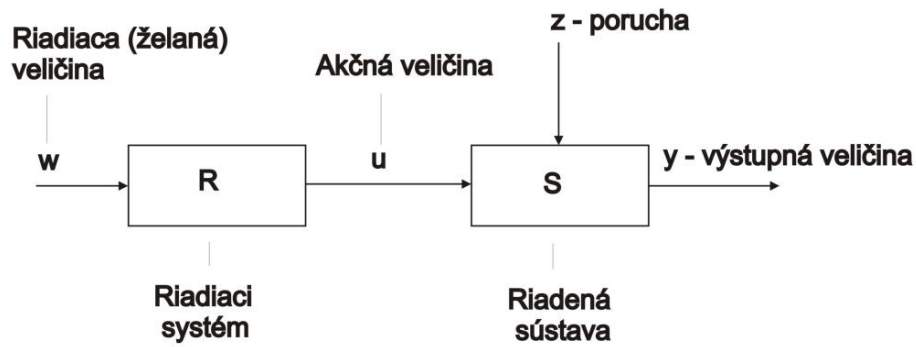
Obr.2 Bloková schéma elektrického pohonu

1.5. ZÁKLADNÉ SPÔSOBY AUTOMATICKÉHO RIADENIA

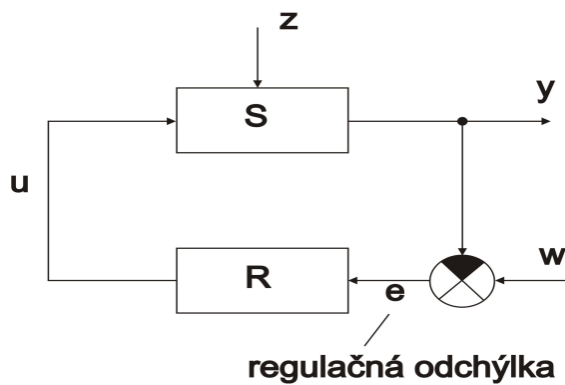
Aby bolo možné vo všeobecnosti urobiť z nejakého systému **S** (nazývame ho riadená sústava, regulovaná sústava a pod.) automatizovaný systém, je nutné ho doplniť o ďalší systém **R** (riadiaci systém, riadiaci člen) a vhodne ich navzájom prepojiť (zvoliť vhodnú koncepciu automatizovaného systému). V princípe existujú iba dve možnosti ako riadenie vykonávať:

- a) v otvorenom obvode
- b) v uzavretom obvode

Riadenie v otvorenom obvode - ovládanie

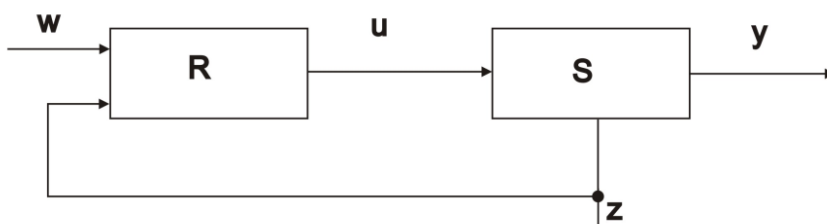


Riadenie v uzavretom obvode – regulácia

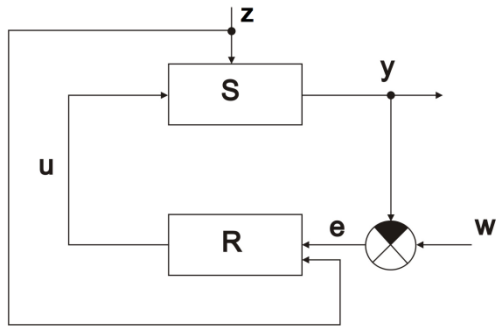


Tieto základné schémy (možnosti) sa potom môžu rôzne modifikovať pre konkrétny pohon, resp. mechatronické zariadenie. Napr.:

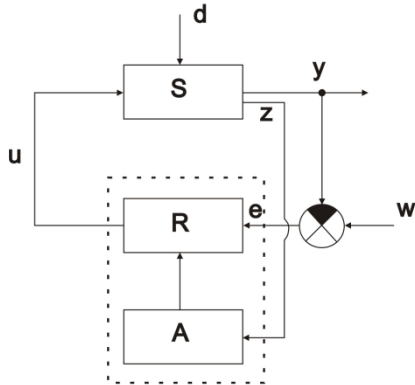
- riadenie v otvorenom obvode s meraním poruchy



- riadenie v uzavretom obvode s meraním poruchy



- so samočinne nastavujúcim regulátorom (adaptívne)



Najčastejšie používanými riadenými systémami **S** v našom predmete budú elektrické pohony a mechatronické systémy a budeme sa zaoberať ich automatizáciou.

2. BLOKOVÁ ALGEBRA

2.1. ÚVOD DO BLOKOVEJ ALGEBRY

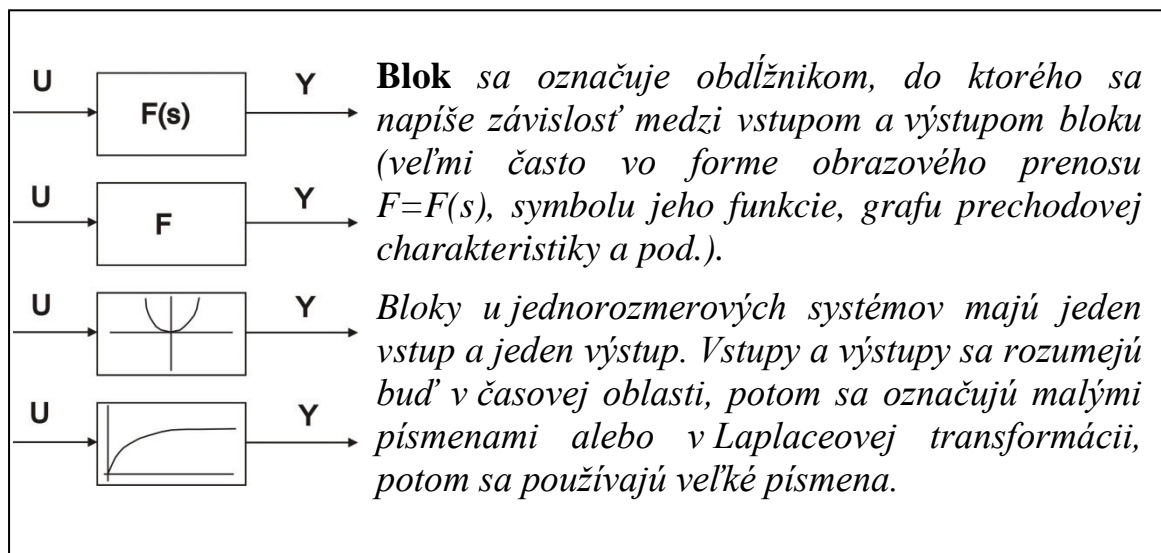
V technickej praxi môžu byť dynamické systémy veľmi zložité, zostavené z množstva vzájomne prepojených častí a prvkov. Pre prehľadné znázornenie ich funkcie, štruktúry, väzieb a dynamiky sa najčastejšie používajú **blokové schémy**.

Bloková schéma

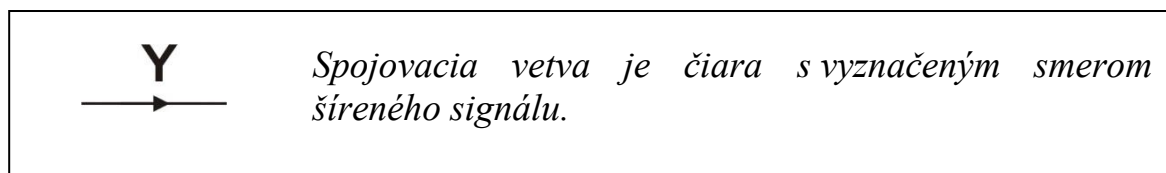
Bloková schéma je grafické vyjadrenie nejakého systému.

Aby sme vedeli zobraziť graficky ľubovoľný systém, musí sa každá bloková schéma skladať z nasledujúcich základných prvkov:

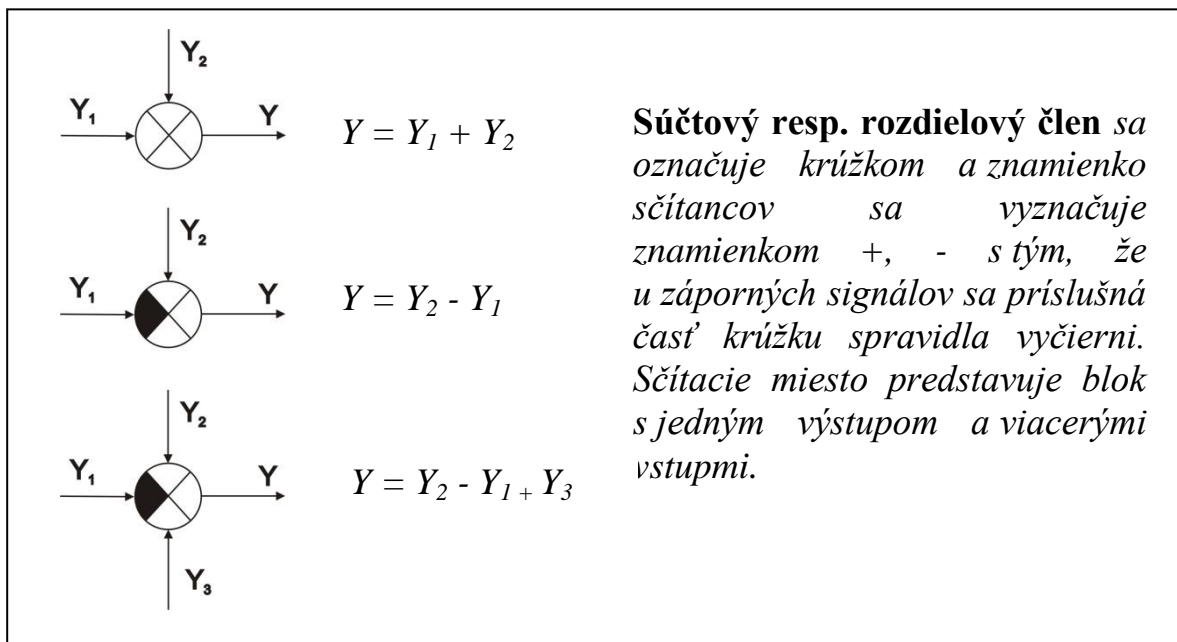
Blok – zobrazenie podsystému v blokovej schéme



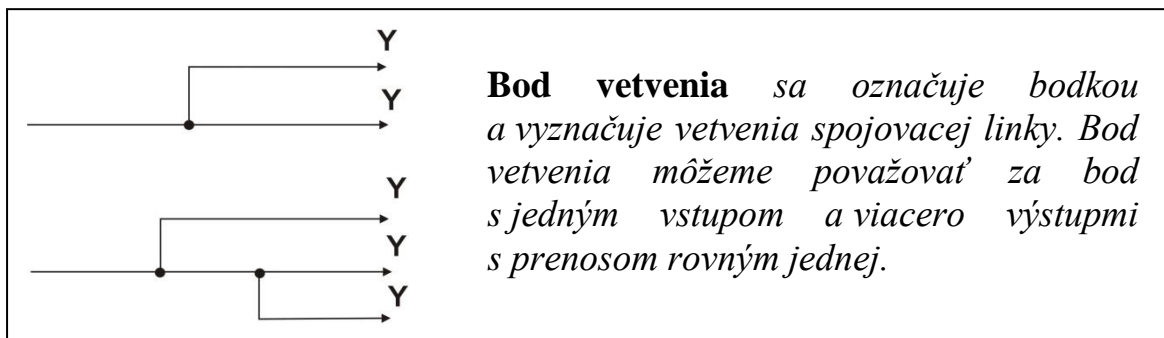
Spojovacie linky (vetvy) – zobrazenie väzby medzi podsystémami, blokmi



Súčtový resp. rozdielový člen – zobrazuje spájanie informácií, resp. signálov



Bod vetvenia – zobrazuje rozdeľovanie informácie, signálu



Blokové schémy umožňujú určiť dynamické vlastnosti schémy ako celku alebo jeho dielčích skupín. Ak chceme vyjadriť niektoré dynamické vlastnosti systému vyjadreného blokovou schémou (napr. vzťah medzi zvolenými bodmi, vstupmi a výstupmi skupiny podsystémov, celkový prenos systému ...), musíme blokujú schému vhodne upraviť, prekresliť, a to pomocou tzv. **blokovvej algebry**.

Bloková algebra

Bloková algebra je súbor pravidiel pre úpravu blokových schém.

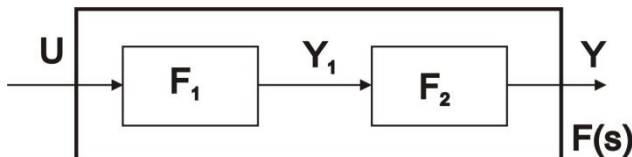
Blokové schémy najčastejšie upravujeme:

- Metódou postupných úprav použitím vhodných pravidiel
- Analyticky pomocou signálových rovníc

2.2. METÓDA POSTUPNÝCH ÚPRAV

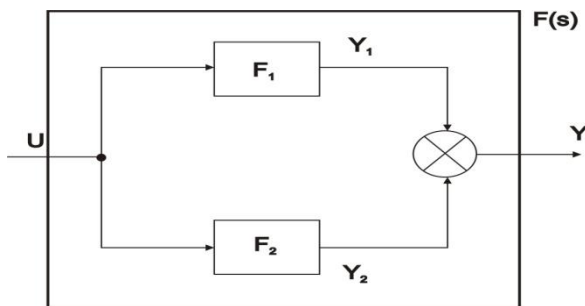
Postupnými úpravami blokovej schémy je možné ľubovoľnú schému zjednodušiť do troch základných zapojení - sériového, paralelného a antiparalelného (spätnoväzobného).

- **sériové zapojenie blokov**



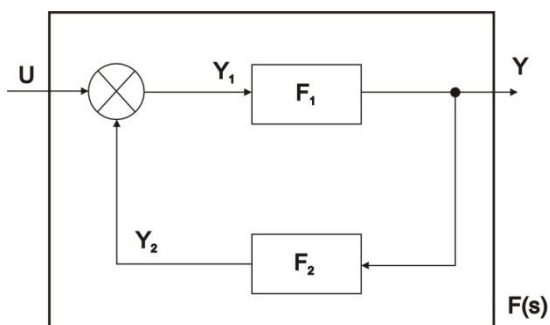
$$F_{yu}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = F_1(s) \cdot F_2(s)$$

- **paralelné zapojenie blokov**



$$F_{yu}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = F_1(s) + F_2(s)$$

- **spätnoväzobné zapojenie blokov**



$$F_{yu}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{F_1(s)}{1 - F_1(s) \cdot F_2(s)}$$

!!! Výber postupných zjednodušujúcich krokov však nie je jednoznačný a závisí vo veľkej miere na skúsenostiach riešiteľa.

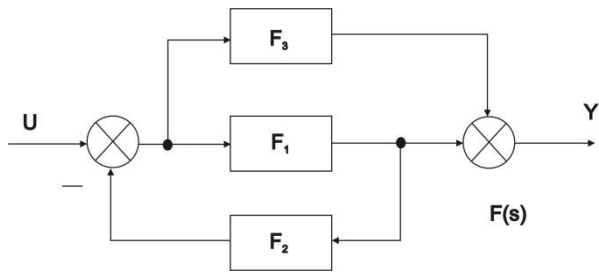
Prípustné úpravy blokových schém – vzájomné presúvanie prvkov blokovej schémy.

	Schéma	Prenos	Popis
1.		$Y = (Y_1 + Y_2) - Y_3$ $Y = (Y_1 - Y_3) + Y_2$ $Y = (Y_1 - Y_3) + Y_2$	<p><i>Výmena poradia sčítacích miest alebo zmena počtu sčítacích miest (zlučovanie sčítacích miest)</i></p>
2.		$Y = Y_1 + Y_2$ $Y = Y_1 + Y_2$ $Y = Y_1 + Y_2$	<p><i>Zmena poradia sčítacieho miesta a rozvetvenia signálu</i></p>
3.		$Y = Y_1 + Y_2$ $Y = Y_1$ $Y = Y_1 + Y_2$ $Y_1 = Y - Y_2 = (Y_1 + Y_2) - Y_2 = Y_1$	<p><i>Zámena poradia rozvetvenia signálu a sčítacieho miesta</i></p>
4.		$Y = F \cdot U + Y_1$ $Y = F \cdot U + (1/F)Y_1 \cdot F = F \cdot U + Y_1$	<p><i>Prenesenie sčítacieho miesta pred blok</i></p>

5.		$Y = F.(Y_1+Y_2)$ $Y = F.Y_1+F.Y_2$	<i>Prenesenie sčítacieho miesta za blok</i>
6.		$Y = F.U$ $Y = F.U$ $Y = F.U$	<i>Prenesenie miesta rozvetvenia pred blok</i>
7.		$Y = F.Y_1$ $Y_1 = Y_1$ $Y = F.Y_1$ $Y_1 = (1/F).Y$ $Y_1 = (1/F).Y = (1/F).F.Y_1=Y_1$	<i>Prenesenie miesta rozvetvenia za blok</i>
8.		Y $Y_1 = Y_2=Y$	<i>Rozpojenie spojovacej linky pri súčasnom zavedení bloku rovnosti signálov na oboch koncoch linky</i>

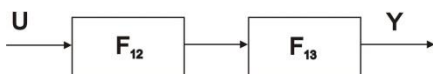
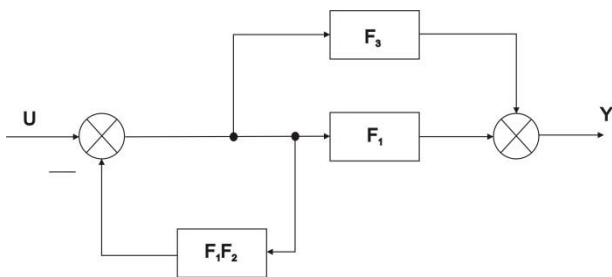
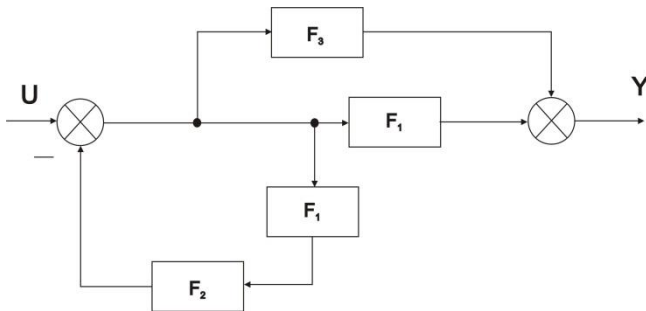


Príklad: Určite výsledný prenos blokovej schémy, ktorý je na obrázku.



Riešenie:

Jedna z možných ciest riešenia je prenesenie miesta rozvetvenia pred blok F_1 (úprava č.6)



Ak vyjadríme prenos spätnoväzobného zapojenia:

$$F_{12} = \frac{1}{1 + F_1 \cdot F_2}$$

a prenos paralelného zapojenia:

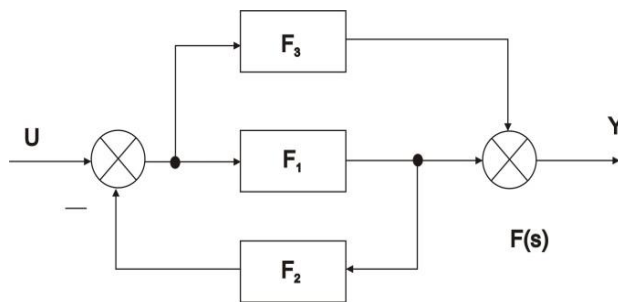
$$F_{13} = F_1 + F_3$$

potom výsledný prenos je rovný:

$$F = F_{12}F_{13} = \frac{1}{1 + F_1 \cdot F_2} \cdot (F_1 + F_3) = \frac{F_1 + F_3}{1 + F_1 \cdot F_2}$$

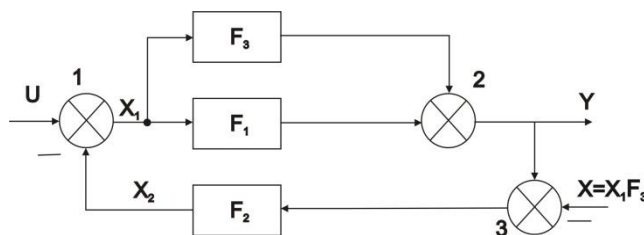


Príklad: Určite výsledný prenos blokovej schémy, ktorý je na obrázku.

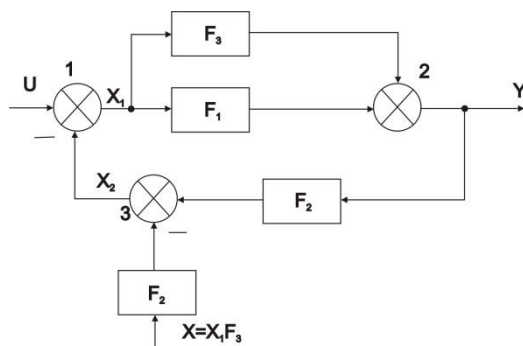


V tomto príklade urobíme zjednodušenú výmenu poradia rozvetvenia signálu sčítacieho miesta za blokom F_1 (úprava č.3)

Riešenie:



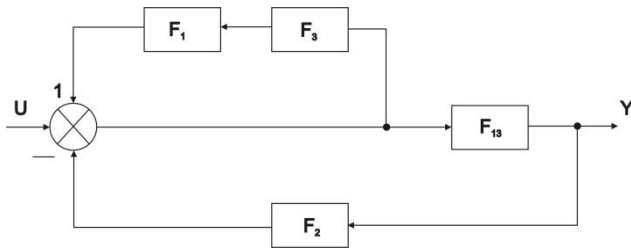
Výsledok úpravy je jasný z tohto obrázka. Teraz prenesieme sčítacie miesto (3) za blok F_2 (úprava č.5)



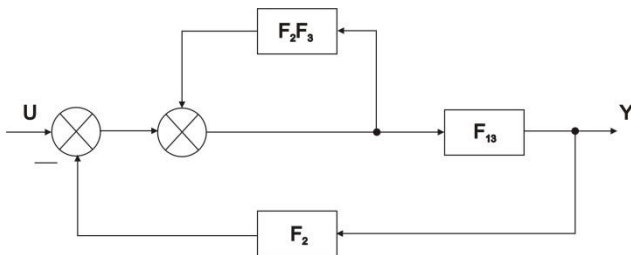
V ďalšom kroku zlúčime sčítacie miesta 1 a 3 za blokom F_2 (úprava č.1) a realizujeme signál $X = X_1.F_3$ a paralelný prenos vyjadríme prenosom:

$$F_{13} = F_1 + F_3$$

Výsledok úprav je na nasledujúcom obrázku:



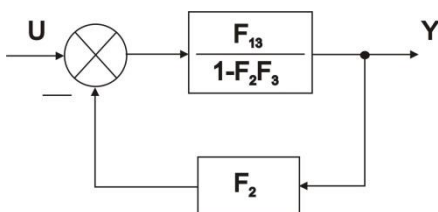
Teraz sčítacie miesto 1 rozdelíme na dve sčítacie miesta, sériový prenos je daný prenosom $F_2.F_3$, aby sa dosiahlo sériové zapojenie.



Prenos spätnoväzobného zapojenia je:

$$\frac{1}{1 - F_2 \cdot F_3}$$

Túto schému môžeme napísať do tvaru, ktorý je na nasledujúcom obrázku:



Výsledný prenos je potom rovný

$$F = \frac{\frac{F_{13}}{1 - F_2 \cdot F_3}}{1 + F_2 \cdot \frac{F_{13}}{1 - F_2 \cdot F_3}} = \frac{\frac{F_1 + F_3}{1 - F_2 \cdot F_3}}{\frac{1 - F_2 \cdot F_3 + F_2(F_1 + F_3)}{1 - F_2 \cdot F_3}} = \frac{F_1 + F_3}{1 + F_1 \cdot F_2}$$

Z uvedeného príkladu vyplýva, že rovnaký výsledok bol dosiahnutý zložitejším a pracnejším spôsobom.

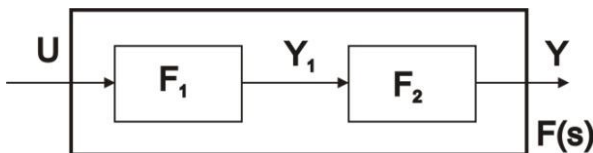
2.3. METÓDA SIGNÁLOVÝCH ROVNÍC

Postup:

- zavedieme označenie „**pomocný signál**“ pre každý signál vyskytujúci sa za miestom sčítania (alebo blokom, pokiaľ schéma neobsahuje súčtový člen)
- Pre každý pomocný signál zostavíme signálovú rovnicu
- Signálové rovnice tvoria sústavu rovníc, ktorú je potrebné riešiť. U lineárnych sústav pracujeme s Laplaceovými obrazmi uvažovaných signálov a s obrazovými prenosmi blokov.

Ukážeme si tento postup na **sériovom**, **paralelnom** a **spätnoväzobnom** zapojení.

a) sériové zapojenie



Y_1 je pomocná premenná

Pre signál $Y_1(s)$ a $Y(s)$ platí:

$$Y_1(s) = F_1(s) \cdot U(s)$$

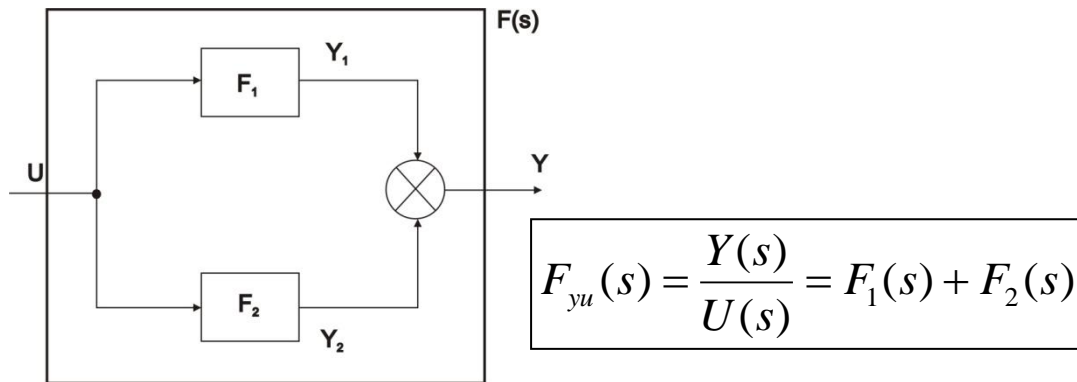
$$Y(s) = F_2(s) \cdot Y_1(s) = F_2(s) \cdot F_1(s) \cdot U(s)$$

$$F_{yu}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = F_1(s) \cdot F_2(s)$$

Tento výsledok je možné zovšeobecniť:

Výsledný prenos n – sériovo radených členov je rovný súčinu n obrazových prenosov

b) paralelné zapojenie



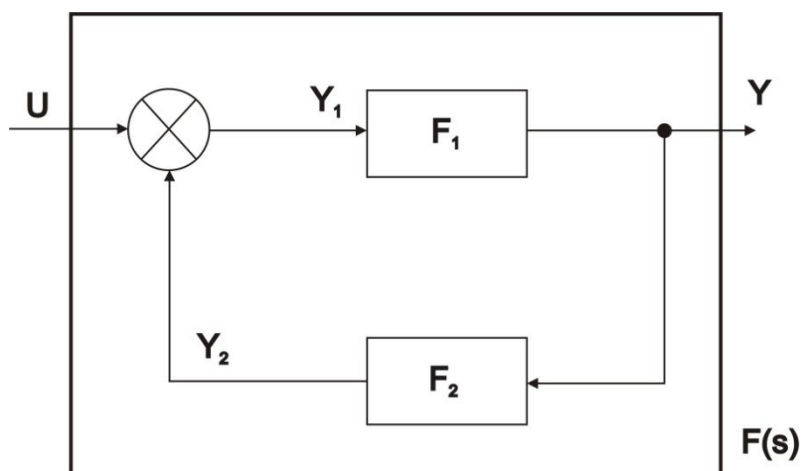
Pre signál $Y(s)$ platí:

$$\begin{aligned} Y(s) &= Y_1(s) + Y_2(s) = \\ &= F_1(s) \cdot U(s) + F_2(s) \cdot U(s) = \\ &= [F_1(s) + F_2(s)] \cdot U(s) \end{aligned}$$

Tento výsledok je možné zovšeobecniť:

Výsledný prenos n – paralelne radených členov je rovný súčtu n obrazových prenosov

c) spätoväzobné zapojenie



$$F_{yu}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{F_1(s)}{1 - F_1(s) \cdot F_2(s)}$$

Vstupný signál je rovný

$$Y_1(s) = U(s) + Y_2(s)$$

$$Y_2(s) = F_2(s) \cdot Y(s)$$

$$Y(s) = F_1(s) \cdot Y_1(s) = F_1(s) \cdot [U(s) + F_2(s) \cdot Y(s)]$$

$$F_1(s) \cdot U(s) + F_1(s) \cdot F_2(s) \cdot Y(s) = Y(s)$$

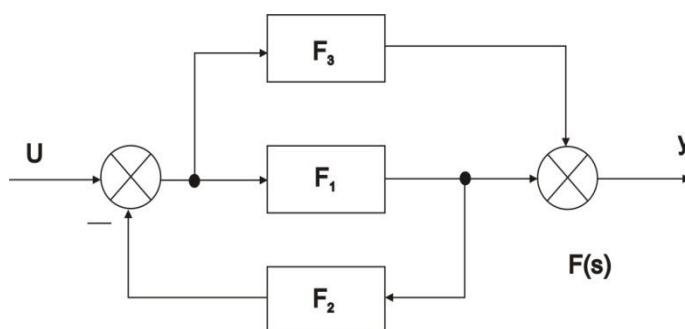
Tento výsledok je možné zovšeobecniť:

Výsledný prenos spätnoväzobného zapojenia je daný zlomkom, kde v čitateli je prenos (alebo prenosa) priamej vetvy a v menovateli je jedna mínus súčin prenosu v slučke



Príklad:

Pomocou signálových rovníc určite výsledný prenos $F(s) = \frac{Y}{U}$ blokovej schémy, ktorý je na obrázku.



Riešenie:

- 1) Za prvým súčtovým miestom zvolíme pomocnú premennú X. Za druhým súčtovým miestom je premenná Y.
- 2) Zostavíme signálové rovnice

$$X = U - F_1 \cdot F_2 \cdot X$$

$$Y = X \cdot F_1 + X \cdot F_3$$

Po jednoduchej úprave:

$$X \cdot (1 + F_1 \cdot F_2) = U$$

$$X \cdot (F_1 + F_3) = Y$$

Výsledný prenos je pomer $F=Y/U$ a teda vydělíme tieto rovnice. Výsledný prenos je rovný

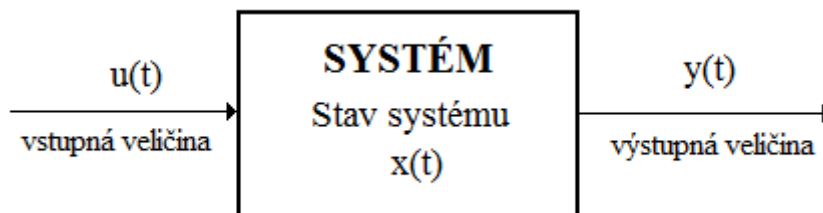
$$F(s) = \frac{Y}{U} = \frac{F_1 + F_3}{1 + F_1 \cdot F_2}$$

3. POPIS DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

3.1. SPÔSOBY POPISU SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

Vonkajší a vnútorný popis

Lineárny dynamický systém s **jedným vstupom $u(t)$** a **jedným výstupom $y(t)$** je schématicky znázornený na obr. 1. V odbornej literatúre sa tieto systémy označujú skratkou **SISO** (Simple input – simple output).



Obr. 3 Lineárny dynamický systém

Matematický popis dynamických systémov môžeme rozdeliť na:

- **vonkajší** popis
- **vnútorný** popis

Vonkajší popis systému je vyjadrenie dynamických vlastností systému pomocou relácií medzi **vstupnou** a **výstupnou** veličinou. Tento popis neposkytuje informáciu o vnútorných stavoch systému. Meraním vstupnej a výstupnej veličiny môžeme získať iba vonkajší popis systému.

Relácie medzi vstupom a výstupom sú najčastejšie vyjadrené nasledujúcimi formami:

- diferenciálnou rovnicou
- obrazovým prenosom $\mathbf{F}(s)$
- frekvenčným prenosom $\mathbf{F}(i\omega)$
- frekvenčnou charakteristikou – grafické znázornenie frekvenčného prenosu
- prechodovou funkciou – odozva systému na jednotkový skok
- impulzovou funkciou – odozva na Diracov impulz

Pre daný DS vieme prechádzať z jednej analytickej formy popisu na inú, teda určovať jeho navzájom ekvivalentné rôzne formy popisu.

1. **Diferenciálna rovnica** je základný matematický spôsob zápisu zmien nejakého objektu v čase, a teda aj dynamického systému. Pre lineárne DS má tvar:

$$\sum_{k=0}^n a_k \cdot y^{(k)}(t) = \sum_{k=m_i}^{m_d} b_k \cdot u^{(k)}(t)$$

kde a_k, b_k sú jeho parametre, koeficienty, určujúce jeho dynamické vlastnosti. Táto forma popisuje dynamický systém a jeho vstupné a výstupné veličiny v časovej oblasti, teda ako časové funkcie.

2. **Obrazový prenos.** Vstupné a výstupné veličiny (ich časové funkcie) je možné pomocou tzv. Laplaceovej transformácie vyjadriť ich Laplaceovým obrazom, čo umožňuje podstatne jednoduchšie s nimi ďalej pracovať. Ak je Laplaceov obraz vstupnej veličiny DS $u(s)$ a Laplaceov obraz výstupnej veličiny $y(s)$, potom obrazový prenos definujeme ako podiel obrazov výstupnej a vstupnej veličiny

$$F(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$$

3. **Frekvenčný prenos** dostaneme z obrazového prenosu formálnym dosadením $i\omega$ za operátor s a matematicky nasledujúcou transformáciou

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(s) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

Po vhodných (často komplikovaných) úpravách má frekvenčný prenos definitívny tvar ako súčet dvoch zložiek – reálnej a imaginárnej – ktoré sú zložitými funkciami frekvencie ω vstupného signálu

$$F(i\omega) = \text{Re}\{F(i\omega)\} + i \text{Im}\{F(i\omega)\}$$

4. **Frekvenčná charakteristika** je grafické zobrazenie frekvenčného prenosu. Existuje viac spôsobov tohto zobrazenia

- *Nyquistova charakteristika*

$$F(i\omega) = \text{Re}\{F(i\omega)\} + i \text{Im}\{F(i\omega)\}$$

- *Nicholsova charakteristika*

$$\ln F(i\omega) = \ln |F(i\omega)| + i\varphi(\omega)$$

- *Bodeho charakteristika* : amplitúdová + fázová rovina

$$F = f(\log \omega) \quad \varphi = \varphi(\log \omega)$$

Tento spôsob popisu je vhodný aj pre nelineárne systémy a často ho používame pri identifikácii systémov.

5. **Prechodová charakteristika** je odozva DS na skokový vstupný signál. Je to väčšinou grafické zobrazenie výstupnej veličiny DS v čase, ktoré používame pri identifikácii a analýze vlastností DS.

6. **Impulzová charakteristika** je odozva DS na Diracov impulz. Používa sa v automatizácii menej často pre problémy s realizáciou Diracovho impulzu vstupného signálu.

Vnútorňý popis systému chápeme ako reláciu medzi vstupnou veličinou $u(t)$, stavom systému $x(t)$ a výstupnou veličinou $y(t)$. Hovoríme o **stavových rovniciach systému**.

Vo všeobecnosti môžeme dynamický systém popísať nelineárnou vektorovou stavovou rovnicou:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, u, t) \\ y(t) &= g(x, u, t) \end{aligned}$$

kde $x(t)$... je n -rozmerný stavový vektor
 $y(t)$... je výstup systému
 f ... je n -rozmerná nelineárna vektorová funkcia
 g ... je skalárna funkcia

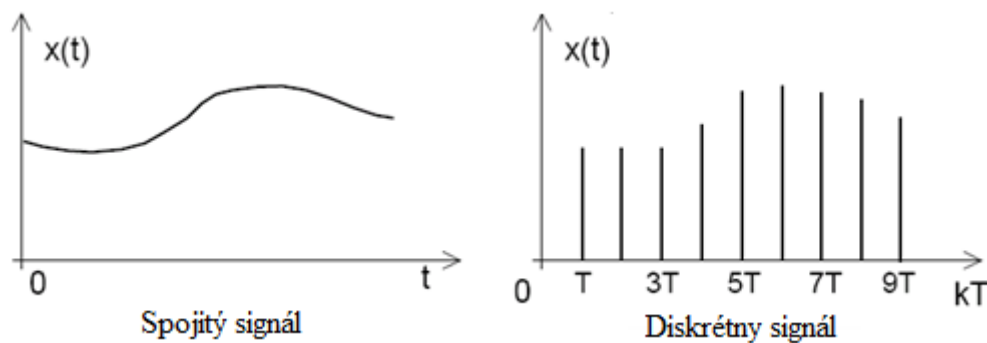
Ak je dynamický systém **lineárny a t-invariantný**, potom platí:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) &= C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{aligned}$$

kde $x(t)$... je n -rozmerný stavový vektor
 $y(t)$... je výstup systému
 A ... je konštantná matica systému rozmeru $[n \times n]$
 B ... je konštantná matica vstupov systému rozmeru $[n \times l]$
 C ... je konštantná matica výstupu rozmeru $[l \times n]$
 D ... je konštantná prenosová matica $[l \times l]$

3.2. POPIS DISKRÉTNÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

Diskrétny dynamický systém je taký systém, v ktorom sa mení jedna alebo viac premenných iba v diskrétnych časových okamihoch kT ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$).



Obr.4 Zobrazenie spojitého a diskrétného signálu

Matematickým nástrojom pre prácu s takýmito signálmi, funkciami je Z-transformácia. Spojitú funkciu $x(t)$ alebo diskretnú funkciu $x(kT)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, kde T je vzorkovacia perióda, vieme popísať v Z-transformácii jej obrazom:

$$X(z) = x(0) + x(T)z^{-1} + x(2T)z^{-2} + \dots + x(kT)z^{-k} + \dots \quad (1)$$

Z matematického hľadiska sa jedná o súčet nekonečného radu. Pre niektoré elementárne funkcie je hodnota tohto súčtu (čo je vlastne z-obraz danej funkcie) uvedená v nasledujúcej tabuľke:

Z - transformácia elementárnych funkcií

1. Jednotkový skok

$$X(z) = Z[1] = \sum_{k=0}^{\infty} z^{-k} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1}$$

2. Jednotková rampa (lineárne narastajúci signál): $x(t) = t$ pre $t \geq 0$

$$X(z) = Z[t] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k} = T \sum_{k=0}^{\infty} kz^{-k} = T(z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + \dots) = \frac{Tz}{(z - 1)^2}$$

3. Polynomiálna funkcia: $x(t) = a^k$, $k = 0, 1, 2, \dots$

$$X(z) = Z[a^k] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} a^k z^{-k} = 1 + az^{-1} + a^2 z^{-2} + \dots = \frac{1}{1 - az^{-1}} = \frac{z}{z - a}$$

4. Exponenciálna funkcia: $x(t) = e^{-at}$, $t \geq 0$

$$X(z) = Z[e^{-at}] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT} z^{-k} = 1 + e^{-aT} z^{-1} + e^{-2aT} z^{-2} + \dots = \frac{z}{z - e^{-aT}}$$

5. Funkcia sinus $x(t) = \sin(\omega t)$, $t \geq 0$

Ak predpokladáme, že $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$, $e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$

Potom
$$\sin \omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

Pretože platí:
$$Z[e^{-aT}] = \frac{z}{z - e^{-aT}} = \frac{1}{1 - e^{-aT} z^{-1}}$$

je Z - transformácia funkcie $\sin(\omega t)$:

$$\begin{aligned} X(z) &= Z[\sin \omega t] = Z\left[\frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \right] = \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{1 - e^{j\omega T} z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{-j\omega T} z^{-1}} \right) = \\ &= \frac{1}{2j} \frac{(e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}) z^{-1}}{1 - (e^{j\omega T} + e^{-j\omega T}) z^{-1} + z^{-2}} = \frac{z^{-1} \sin \omega T}{1 - 2z^{-1} \cos \omega T + z^{-2}} = \frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1} \end{aligned}$$

Diskrétny systém je popísaný v časovej oblasti diferenčnou rovnicou:

$$a_n y_{k-n} + \dots + a_1 y_{k-1} + a_0 y_k = b_m u_{k-m} + \dots + b_0 u_k \quad (2)$$

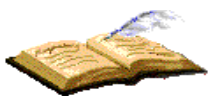
kde $y_{k-n} = y(kT - nT)$, $u_{k-m} = u(kT - mT)$, T je konštantná doba vzorkovania. Po Z-transformácii tejto diferenčnej rovnice dostaneme:

$$Y(z) (a_n z^{-n} + \dots + a_1 z^{-1} + a_0) = U(z) (b_m z^{-m} + \dots + b_1 z^{-1} + b_0) \quad (3)$$

a vieme určiť diskretný prenos $F(z) = Y(z)/U(z)$ tohto diskretného systému, ktorý je formálne podobný prenosu spojitého systému. Väčšinou sa tento prenos ešte upravuje tak, aby koeficient $a_0 = 1$.

Poznámka: Zo spojitého prenosu $F(s)$ nejakého DS vieme určiť jeho diskretný prenos $F(z)$, buď cez prevodové tabuľky alebo pomocou funkcie v MATLABe:

```
[nd, dd] = c2dm(n, d, T);
```

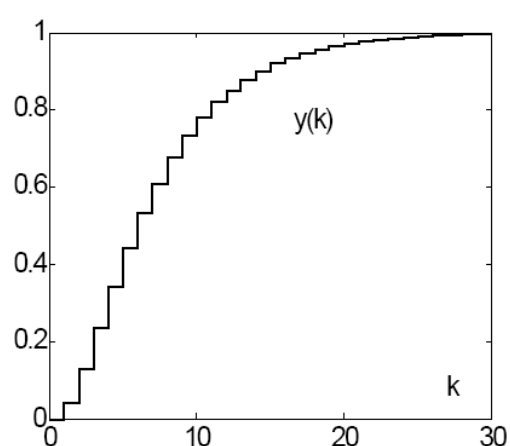
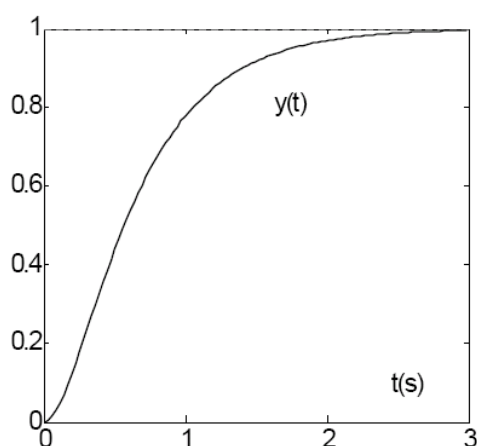


Príklad: Určte diskretnú prechodovú charakteristiku spojitého systému s prenosom

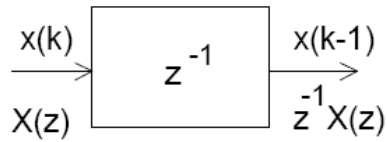
$$F(s) = 1 / (0.1s^2 + 0.7s + 1)$$

s dobou vzorkovania $T = 0.1$ s

$$F(z) = (0.0398z + 0.0315) / (z^2 - 1.4253z + 0.4966)$$



Diskrétny signály podľa (1), resp. diskretné prenosy podľa (3) realizujeme pomocou oneskorovacieho člena:



Príklad: Majme sústavu s diskretným prenosom v tvare

$$F(z) = Y(z)/X(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}}, \quad n \geq m$$

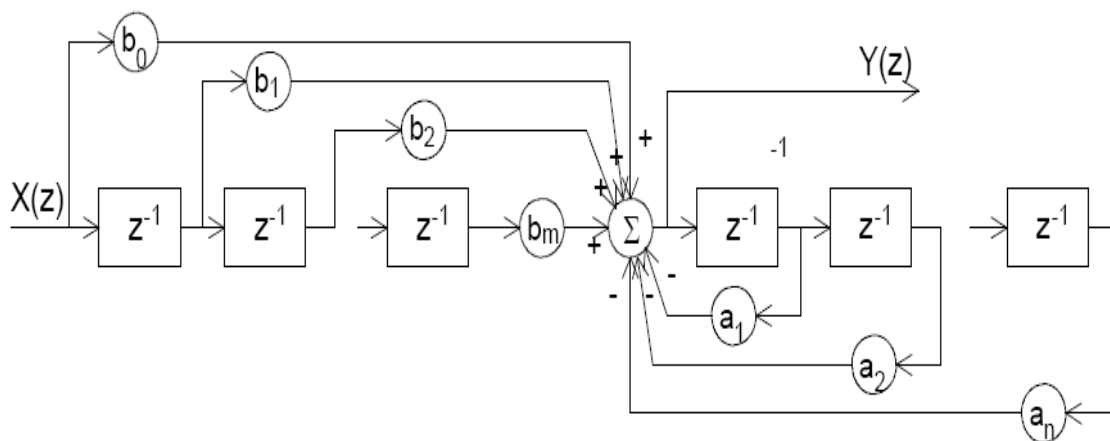
Po nasledujúcich úpravách:

$$Y(z)[1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}] = X(z)[b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}]$$

$$Y(z) = X(z)[b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}] - Y(z)[a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}]$$

$$Y(z) + Y(z)[a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}] = X(z)[b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}]$$

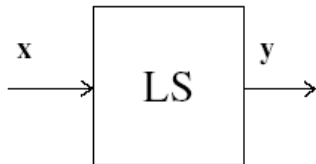
vieme nakresliť blokovú schému:



3.3. POPIS LOGICKÝCH SYSTÉMOV

Logické (Booleovské) systémy pracujú so signálmi, ktoré nadobúdajú iba dve hodnoty, 0 alebo 1.

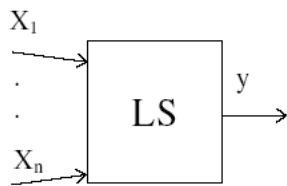
Logický systém:



transformuje kombináciu vstupov \mathbf{x} na kombináciu výstupov \mathbf{y} cez vektorovú funkciu \mathbf{f} :

$$\mathbf{y} = f_{(\mathbf{x})}, \text{ kde } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_m \end{bmatrix}$$

Pre jednu výstupnú veličinu sa jedná o tzv. Booleovskú funkciu



$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Formy zápisu:

1. **Pravdivostná tabuľka**
2. **Algebraický výraz**
3. **Karnaughova mapa**

1. **Pravdivostná tabuľka** funkcie dvoch premenných:

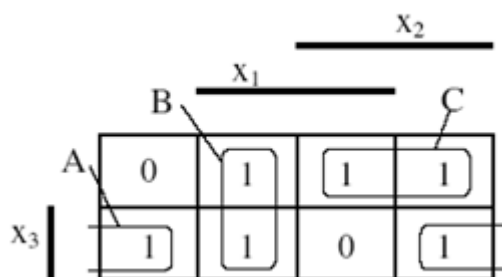
funkcia \ x ₂	x ₁	0	1	0	1	Názov funkcie
f ₀		0	0	0	0	nulová funkcia
f ₁		0	0	0	1	logický súčin
f ₂		0	0	1	0	inhibícia x ₂ ->x ₁
f ₃		0	0	1	1	kópia x ₂
f ₄		0	1	0	0	inhibícia x ₁ ->x ₂
f ₅		0	1	0	1	kópia x ₁
f ₆		0	1	1	0	nonekvivalencia
f ₇		0	1	1	1	logický súčet
f ₈		1	0	0	0	Piercova funkcia - negovaný logický súčet
f ₉		1	0	0	1	ekvivalencia
f ₁₀		1	0	1	0	negácia x ₁
f ₁₁		1	0	1	1	implikácia x ₁ ->x ₂
f ₁₂		1	1	0	0	negácia x ₂
f ₁₃		1	1	0	1	implikácia x ₁ ->x ₂
f ₁₄		1	1	1	0	Schefferova funkcia - negovaný logický súčin
f ₁₅		1	1	1	1	jednotková funkcia

2. Algebraický výraz pre funkciu f₆ v dizjunktívnej alebo konjunktívnej forme:

$$f_6(x_1, x_2) = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 + x_1 x_2$$

$$f_6(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)$$

3. Karnaughova mapa



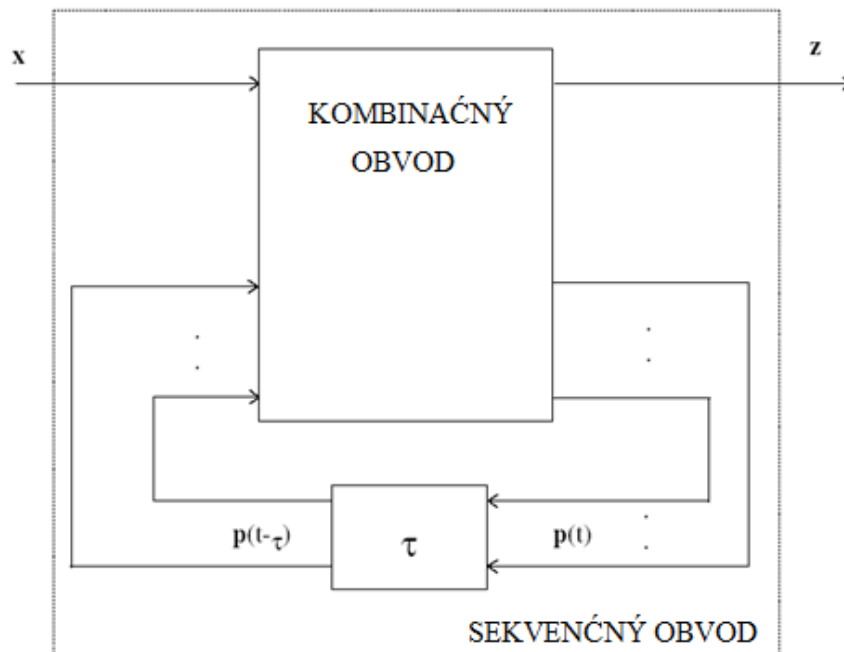
Úplný popis logického systému sa obvykle ešte minimalizuje, buď z funkcie alebo z Karnaughovej mapy.

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3) &= \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 = \\
 &= x_2 \bar{x}_3 (\bar{x}_1 + x_1) + x_1 x_3 (\bar{x}_2 + x_2) = \\
 &= x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_3
 \end{aligned}$$

$$z = \bar{x}_1 x_3 + x_1 \bar{x}_2 + x_2 \bar{x}_3$$

Logické systémy delíme na :

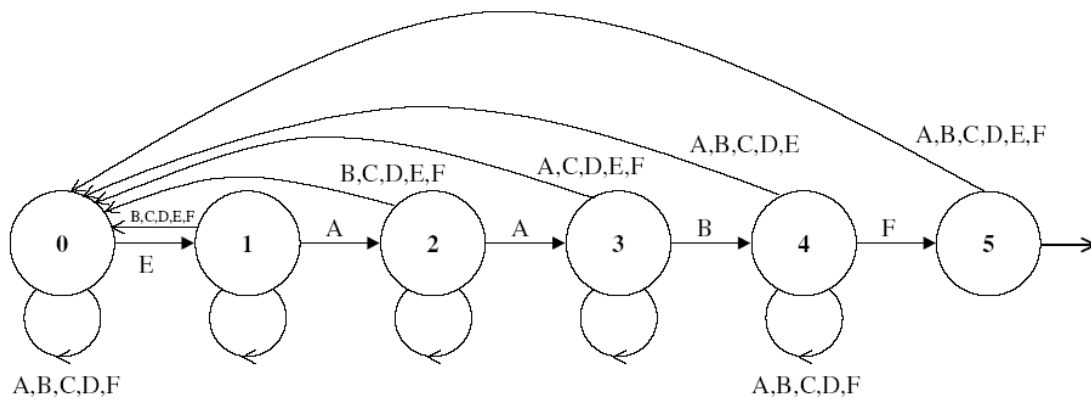
- **Kombinačné** (vyššie popísané)
- **Sekvenčné** (t.j. kombinačné so spätnou väzbou, pamäťou)



Pre popis sekvenčných obvodov nevystačíme s ich booleovskou funkciou, pretože ich výstup závisí aj od predchádzajúceho stavu.



Príklad: Otváranie trezoru sekvenciou čísel.



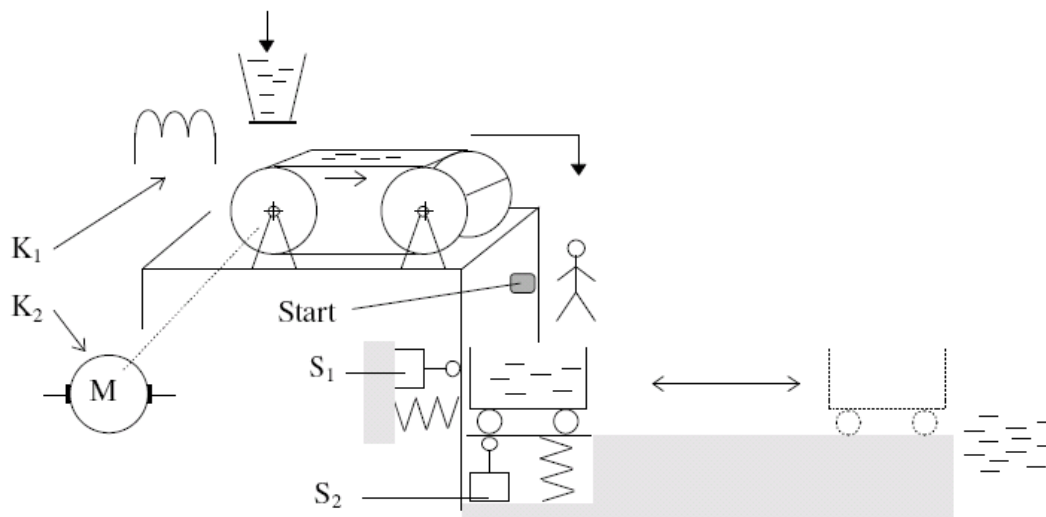
- 0...5 stavy automatu
- A...F tlačidla na ovládacom paneli
- 0... stav zablokovaný
- 5... stav odblokovaný

Grafické zobrazenie (popis) logických obvodov

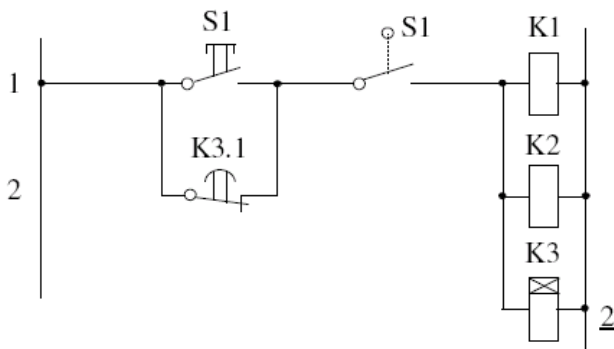
- líniovou schémou
- schémou z funkčných blokov



Príklad: Doprava sypkého materiálu



Okrem vstupného signálu žiadosti o naplnenie START sú k dispozícii dorazové kontakty S1 a S2 umožňujúce testovať prítomnosť a stav naplnenia vozíka.



Zapojenie na obrázku realizuje programové riadenie, kde časová konštanta relé K3 je nastavená na základe znalosti času potrebného k naplneniu vozíka. Je zrejmé, že tento prístup nezohľadňuje poruchy, ktoré sa môžu v systéme vyskytnúť (nedostatok materiálu, zmena rýchlosti posuvu pásu a pod.).

Zásady kreslenia:

Značky funkčných blokov blokových schém:

Člen	Logická funkcia	Značka	Kontaktná realizácia
Opakovač	$Y = A$		
Negátor NON	$Y = \bar{A}$		
Logický súčet OR	$Y = A + B$		
Logický súčin AND	$Y = A \cdot B$		
Negovaný logický súčet NOR	$Y = \overline{A + B}$		
Negovaný logický súčin NAND	$Y = \overline{A \cdot B}$		

Typické značky v elektrotechnických líniových schémach:

Názov	Značka
Tlačítkový spínač so zapínacím kontaktom	
Tlačítkový spínač s vypínacím kontaktom	
Zapínací kontakt	
Vypínací kontakt	
Prepínací kontakt	
Zapínacie kontakty koncových spínačov	
Relé - ovládacia cievka a kontakty (spínací, rozpínací, prepínací)	
Stykač - ovládacia cievka a kontakty (spínací, rozpínací, prepínací)	
Poistka a žiarovka	
Elektromagnetický prístroj s oneskorením pri pritiahnutí kotvy a jeho spínacie a rozpínacie kontakty	
Elektromagnetický prístroj s oneskorením pri odpadnutí kotvy a jeho spínacie a rozpínacie kontakty	
Značenie tepelného pôsobenia a príklad tepelného rozpínacieho kontaktu v obvode motora	

Kontakty sa samočinne vracajú do kludovej polohy

4. ANALÝZA DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

Analýza je všeobecná metóda výskumu jednotlivých vlastností nejakého objektu, a to pomocou jeho rozkladu na jednotlivé prvky, časti či zložky.

4.1. ANALÝZA SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

Cieľom analýzy DS je určiť jeho dynamické vlastnosti na základe jeho popisu. Pretože každý DS vieme principiálne poskladať z vhodného zapojenie podsystémov 1. a 2. rádu, najprv rozoberme ich základné vlastnosti.

Podsystém 1. rádu

Obsahuje jeden zásobník energie (RC-člen, RL-člen, nádrž s voľným výtokom kvapaliny, pohybujúce sa hmotné teleso a pod.). Jeho popis je:

$$a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_0 u \rightarrow Y(s) = \frac{b_0 / a_1}{s + a_0 / a_1} U(s), F(s) = \frac{b_0}{a_1 s + a_0} = \frac{K}{\tau s + 1},$$

Takýto podsystém má dva základné parametre:

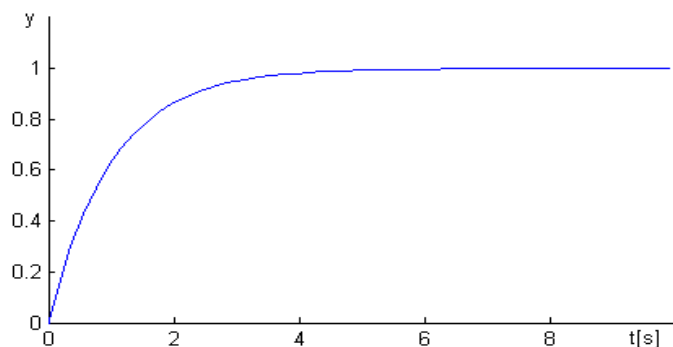
Zosilnenie

Časová konštanta

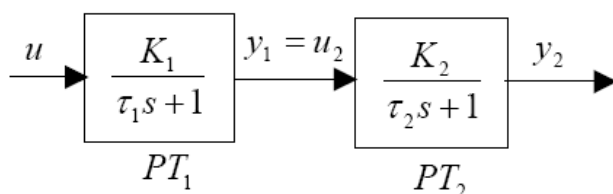
$$K = b_0 / a_0$$

$$\tau = a_1 / a_0$$

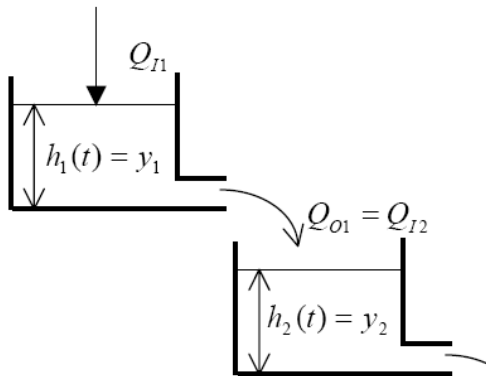
Jeho prechodová charakteristika je na nasledujúcom obrázku:



Sériové radenie členov 1. rádu:



Príklad sériového radenia nádrží:

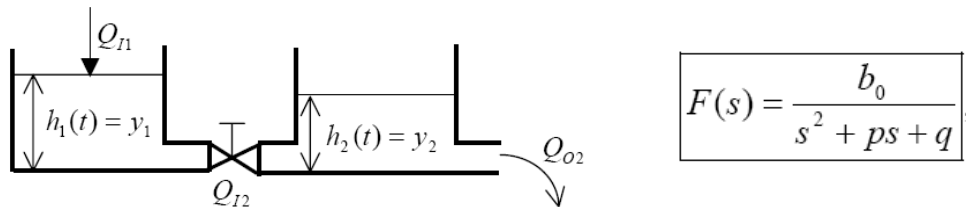


Výsledný prenos sériového radenia, ak sú členy rovnaké:

$$F(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)^P} = \frac{K / \tau^P}{(s + 1/\tau)^P}$$

Podsystem 2. rádu

Obsahuje dva prepojené zdroje energie (hmoty) a dochádza k jej prelievaniu z jedného do druhého (RLC obvod, spojené nádoby a pod.). Prenos musí byť druhého rádu s komplexne združeným koreňom.



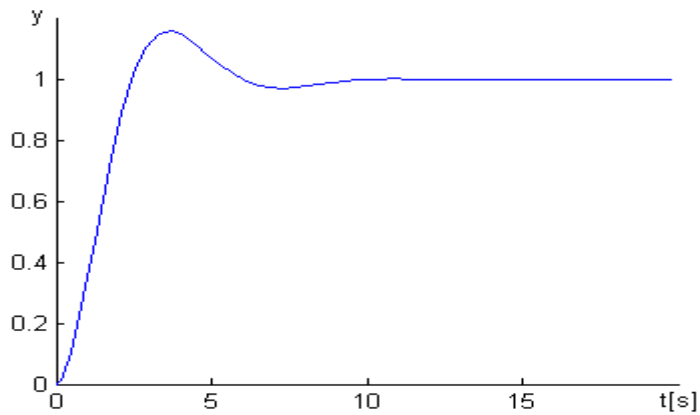
Často je vyjadrený v tvare

$$F(s) = K \cdot \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} = K \frac{1}{(s/\omega_n)^2 + 2\xi(s/\omega_n) + 1} = \frac{K}{(Ts)^2 + 2\xi Ts + 1}$$

kde jednotlivé parametre majú svoj fyzikálny význam:

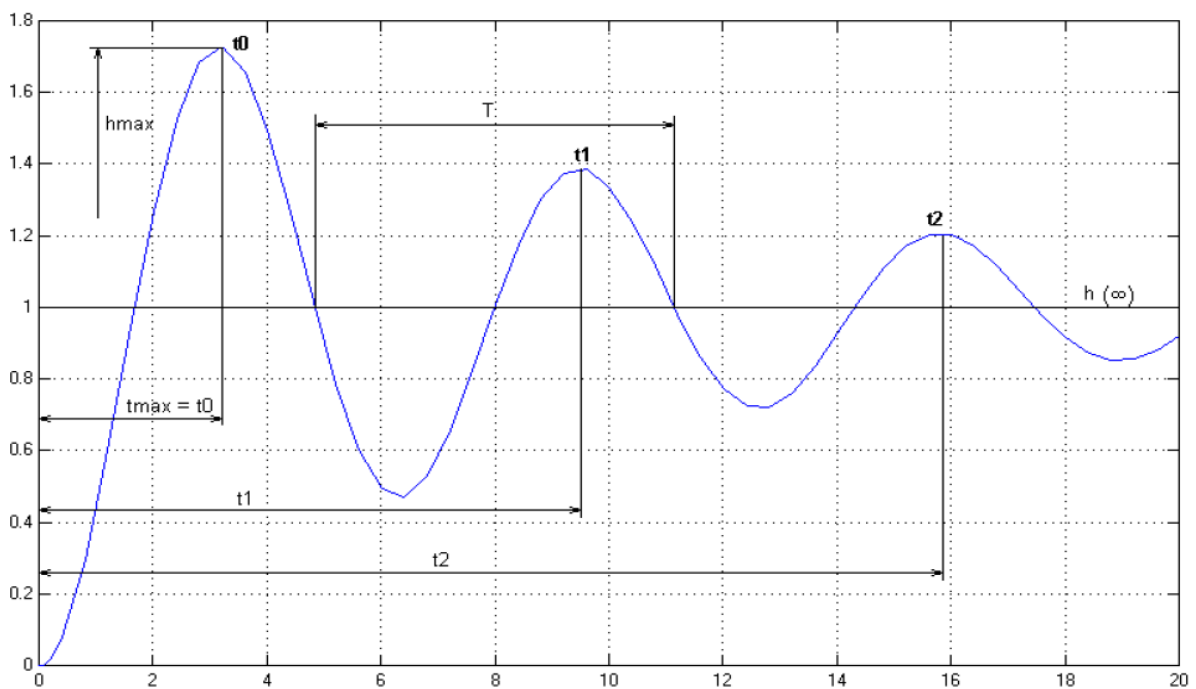
Prírodná uhlová frekvencia	ω_n $T = 1/\omega_n$
Tlmenie	ξ
Zosilnenie sústavy	K

Typická prechodová charakteristika systému 2. rádu je na nasledujúcom obrázku:



4.1.1. Analýza vlastností dynamického systému z prechodovej charakteristiky

Pokiaľ máme k dispozícii nameranú prechodovú charakteristiku systému, vieme určiť jeho základné vlastnosti z jej typických veličín, ukázaných na nasledujúcom obrázku:



Charakteristické znaky prechodovej charakteristiky:

- Maximálny prekmit h_{\max}
- Doba max. prekmitu t_{\max}
- Perióda kmitov T
- Tlmenie

4.1.2. Analýza vlastností dynamického systému z prenosu systému, z pólov charakteristickej rovnice

Pokiaľ máme k dispozícii matematický popis dynamického systému vo forme prenosu (resp. diferenciálnej rovnice, ktorú vieme prepísať na zodpovedajúci prenos), rozhodujúcim ukazovateľom dynamických vlastností sú korene charakteristickej rovnice, resp. korene menovateľa prenosu - **póly prenosu**.

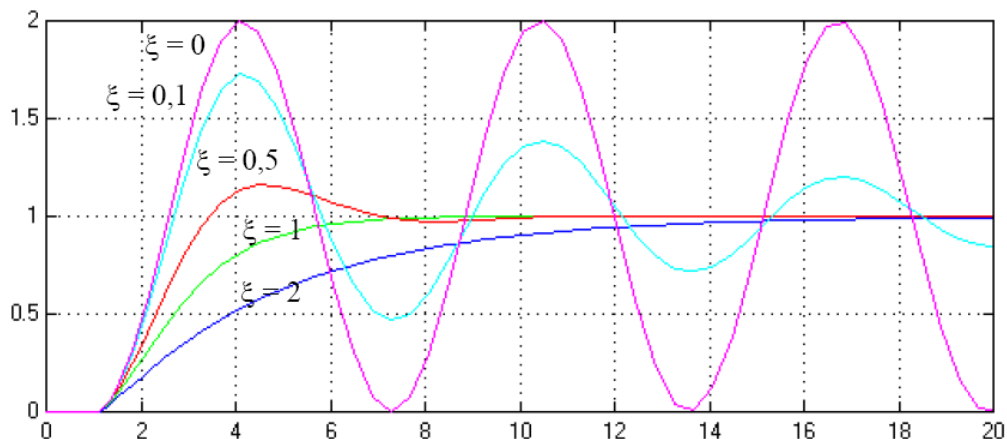
Základné pravidlá:

- Systém je stabilný, ak póly prenosu majú záporné reálne časti
- Systém je bez prekmitu, ak póly prenosu majú nulové imaginárne časti, menovateľ obsahuje iba reálne korene
- Systém je na hranici aperiodicity, ak menovateľ obsahuje iba jeden viacnásobný koreň
- Systém je kmitavý tlmený, ak menovateľ prenosu obsahuje aspoň jeden komplexný koreň

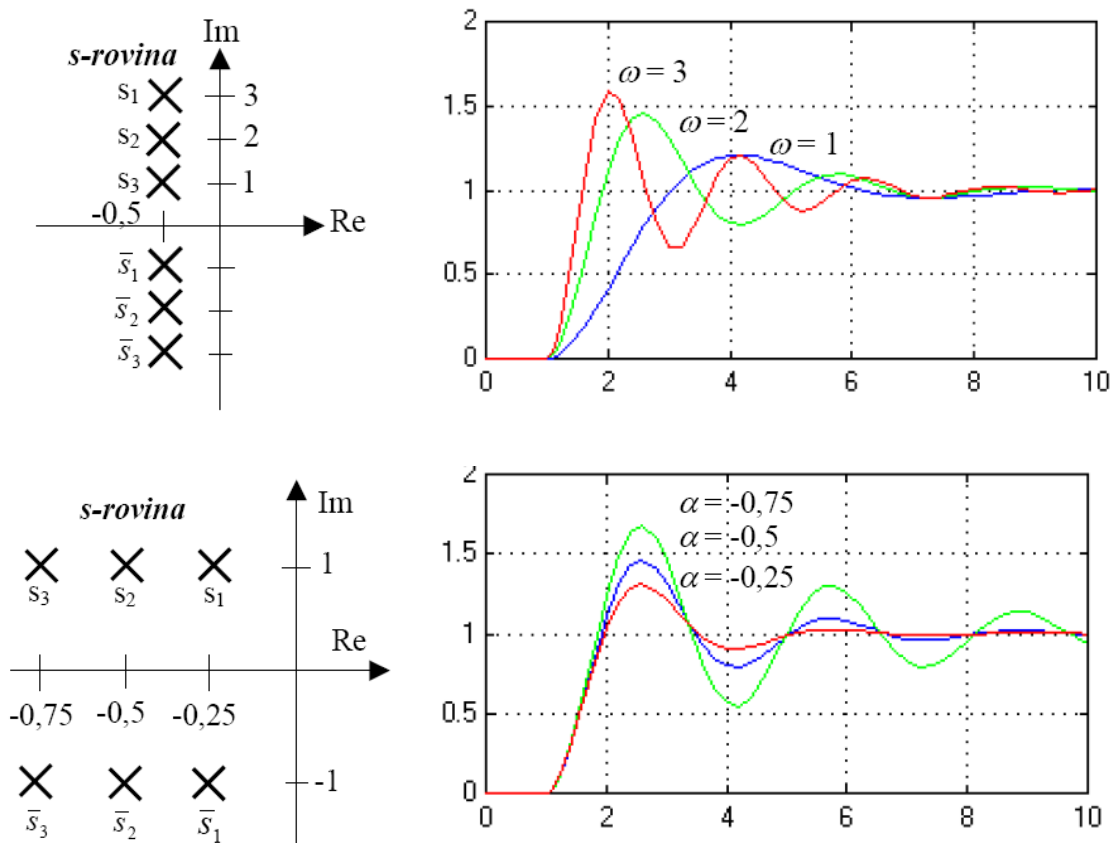
Závislosť tlmenia a vlastnej frekvencie od hodnoty pólov prenosu je možné prehľadne vidieť na systéme 2. rádu:

Tlmený kmitavý systém	$0 < \xi < 1$	$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \quad -\xi\omega_n < 0$
Aperiodický systém	$\xi = 1$	$s_{1,2} = -\omega_n$
Netlmený s konštantnou amplitúdou, na hranici stability	$\xi = 0$	$s_{1,2} = \pm i\omega_n$
Pretlmený	$\xi > 1$	$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$
Kmitavý, nestabilný	$-1 < \xi < 0$	$s_{1,2} = +\xi\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \quad -\xi\omega_n > 0$

Prechodová charakteristika pre rôzne tlmenia:

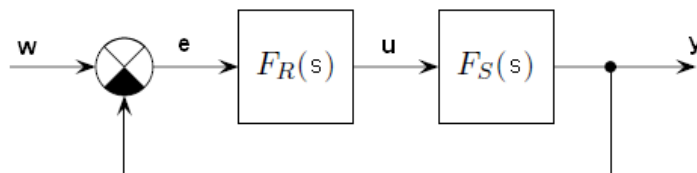


Vplyv koreňov menovateľa prenosu (*pólov prenosu*) na dynamiku systému:



4.2. ANALÝZA SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV Z FREKVENČNÝCH CHARAKTERISTÍK

Automatizovaný systém (pozri úvodnú prednášku) pracuje z hľadiska žiadanej veličiny w najčastejšie v uzavretej jednotkovej spätnoväzobnej slučke, ktorú tvoria regulovaná sústava s prenosom $F_S(s)$ a riadiaci člen s prenosom $F_R(s)$, navzájom zapojenými do série.



Obr. 5 Základné spätnoväzobné zapojenie automatizovaného systému

Prenos otvoreného obvodu (ďalej OO) je $F_O(s) = F_R(s) \cdot F_S(s)$ a prenos uzavretého obvodu (ďalej UO) je $F_U(s) = F_O(s) / (1 + F_O(s))$. Cieľom analýzy je určiť, či pre navrhnutý regulátor $F_R(s)$ je tento systém stabilný, prípadne ako „blízko“ je k nestabilite, akú má ešte rezervu. Určiť to analyticky je často problematické, hlavne pre systémy zložitejšie, nelineárne a s dopravným oneskorením.

Riešiť túto úlohu je možné použitím frekvenčných charakteristík, ktoré môžeme vykresliť z frekvenčného prenosu alebo získať meraním na reálnom systéme. Ďalej si ukážeme použitie zjednodušeného Nyquistového kritéria stability.

Nyquist dokázal, že o stabilite UO sa dá rozhodnúť na základe frekvenčnej charakteristiky otvoreného obvodu OO a polohy jeho pólov.

Výhody:

- Nepotrebujeme poznať prenos UO (prenos OO väčšinou poznáme).
- Nepotrebujeme poznať analytický tvar frekvenčného prenosu otvoreného obvodu $F_0(j\omega)$.
- Kritérium platí aj pre systémy s dopravným oneskorením.

4.2.1. Analýza stability uzavretého regulačného obvodu

Zjednodušená formulácia stability UO podľa Nyquista znie:

Uzavretý obvod je stabilný, keď frekvenčná charakteristika otvoreného obvodu $F_0(j\omega)$ pri rastúcej frekvencii od 0 do ∞ prechádza vpravo od bodu $(-1,0)$.

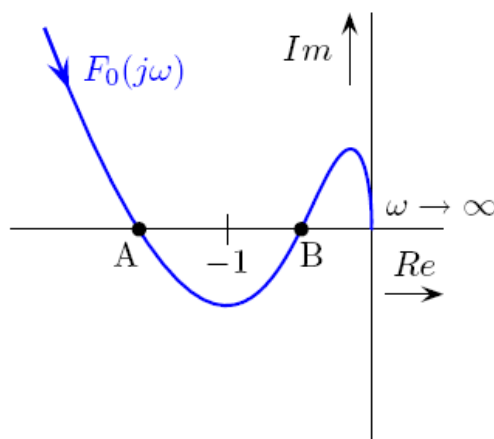
Geometricky názornejšie je to možné formulovať tak, že pokiaľ postupujeme po frekvenčnej charakteristike OO v smere rastúcej frekvencie ω , musí bod $(-1,0)$ komplexnej roviny ležať po našej ľavej strane.



Príklad: Určte stabilitu UO, ak prenos OO je:

$$F_0(p) = \frac{K_0(p+1)^2}{p^2(10p+1)(0.1p+1)^2}$$

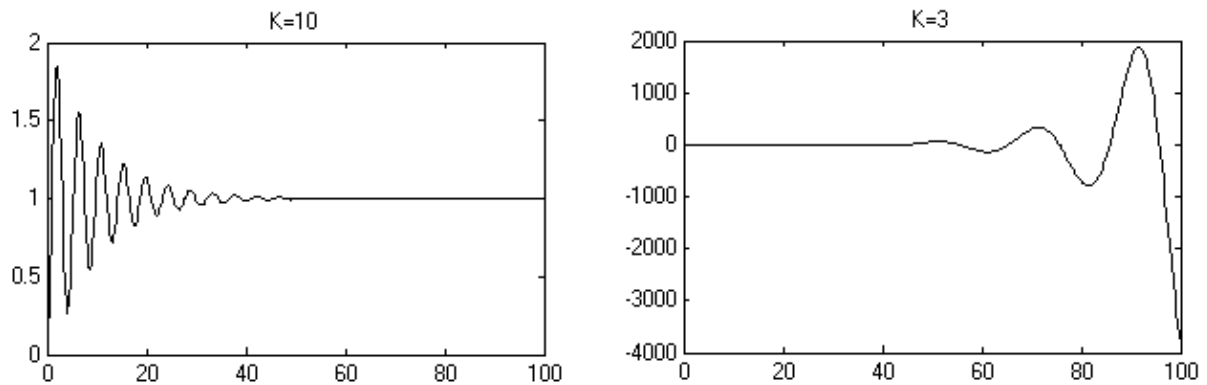
Frekvenčná charakteristika má tvar:



Body A a B budú závisieť od hodnoty K_0 a obvod bude stabilný, ak bod $(-1,0)$ bude ležať medzi bodmi A a B. Tento obvod teda patrí k podmienene stabilným obvodom, ktoré sú stabilné len pre obmedzené pásmo zosilnení.

Pomerne zložito by sme vedeli dokázať (napr. cez Routh-Shurove kritérium), že K_0 by malo byť z intervalu $(6.7, 124)$.

Príklad pre rôzne hodnoty K_0 .



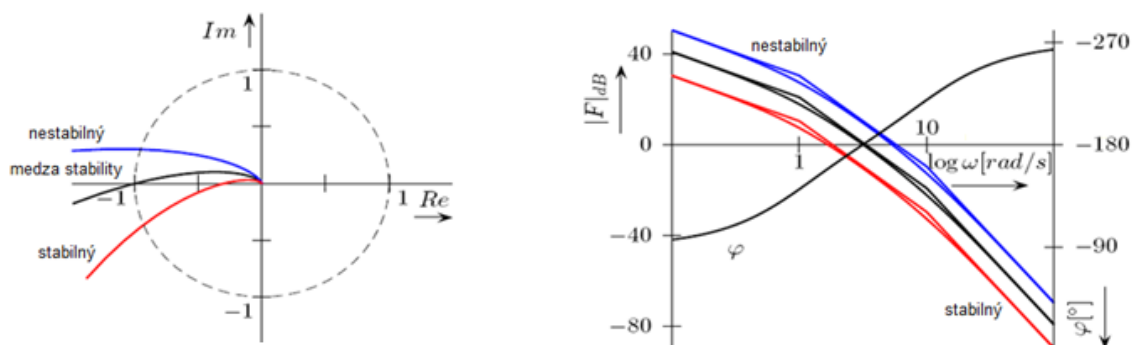
Frekvenčné charakteristiky otvoreného obvodu môžeme znázorniť aj v Bodeho forme ako amplitúdovú a fázovú charakteristiku. V logaritmickej súradniciach (Bodeho frekvenčná charakteristika) môžeme zjednodušené kritérium stability formulovať nasledovne:

Uzavretý obvod, ktorého otvorený obvod nemá póly v pravej polovine komplexnej roviny je stabilný, ak pri frekvencii rezu ω_r , pri ktorej $|F_0(j\omega)|=1$ je fáza kladnejšia než $-\pi$.

Vzťah medzi Nyquistovým a Bodeho zobrazením pre otvorený obvod s prenosom:

$$F_0(p) = \frac{K_0}{p(p+1)(p+10)}$$

pre tri rôzne zosilnenia K_0 [33, 109,7 330] je na nasledujúcom obrázku:



Vidíme, že pre tento OO je kritická hodnota zosilnenia $K_0=109,7$, pri ktorom je UO na hranici stability.

4.2.2. Analýza dynamických vlastností uzavretého regulačného obvodu

Z hľadiska automatizácie vplyvajú na tvar frekvenčnej charakteristiky uzavretého regulačného obvodu tieto požiadavky:

- Frekvenčná charakteristika prenosu od riadenia by mala mať amplitúdu rovnú 1 pre čo najširšie frekvenčné pásmo a mala by byť bez rezonančných prekmitov.
- Amplitúda frekvenčnej charakteristiky prenosu od poruchy by mala byť čo najmenšia v celom rozsahu frekvencií.

Podobne ako pri rozbere stability vychádzame väčšinou z frekvenčnej charakteristiky otvoreného obvodu, pretože charakteristika UO nie je často k dispozícii. Okrem samotnej stability (kritický bod -1) nás bude zaujímať, ako ďaleko sme od bodu nestability.

Amplitúdová bezpečnosť (zásoba stability v amplitúde) M_G

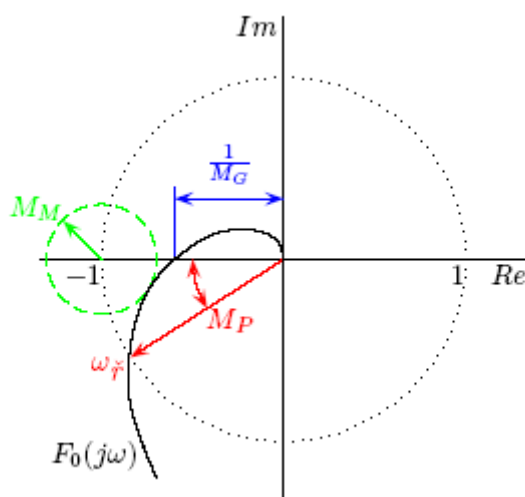
Je to také zosilnenie prenosu otvorenej slučky, ktoré privedie prenos uzavretej slučky na hranicu stability [buď v dB alebo ako násobiaca konštanta].

Fázová bezpečnosť (zásoba stability vo fáze) M_P

Je to také záporne vzatá zmena fázy otvorenej slučky, ktoré privedie prenos uzavretej slučky na hranicu stability. Frekvencia, pri ktorej k tomu dôjde sa nazýva frekvencia rezu ω_r . Graficky je to uhol medzi zápornou reálnou osou a priamkou prechádzajúcou priesečníkom FCH s jednotkovou kružnicou

Zásoba stability v module M_M

Je to najkratšia vzdialenosť frekvenčnej charakteristiky od bodu -1 v komplexnej rovine.



Typické doporučené hodnoty zásob stability:

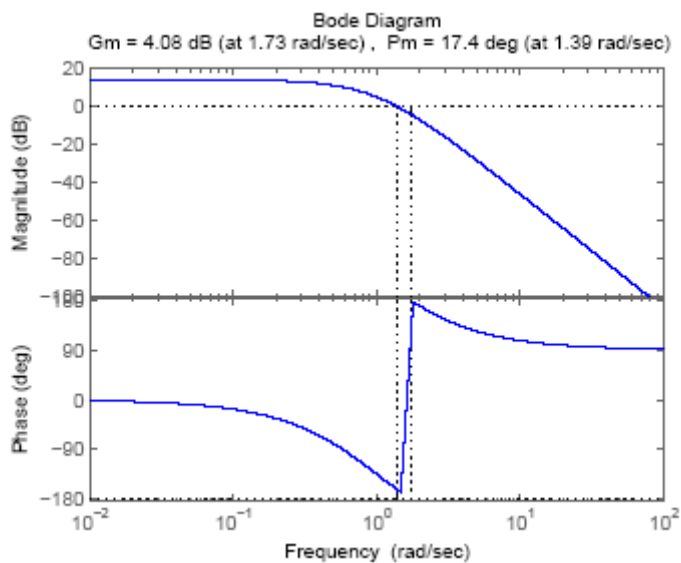
Typ parametra	Typické nastavenie	Minimálna hodnota
Zásoba stability v amplitúde	$M_G \geq 2(6dB)$	$M_G = 1.6(4dB)$
Zásoba stability vo fáze	$30^\circ \leq M_P \leq 60^\circ$	
Zásoba stability v module	$M_M \geq 0.5(-6dB)$	$M_G = 0.4(-8dB)$

V MATLABe slúži na určenie týchto parametrov príkaz *margin*.



Príklad:

```
>> F = zpk([], [-1 -1 -1], 5)
Zero/pole/gain:
    5
-----
(s+1)^3
>> margin(F)
```



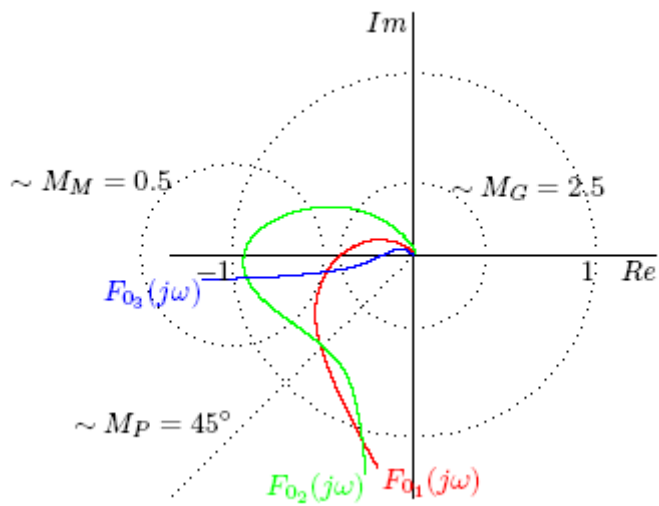
alebo

```
>> [Mg,Mp,Wcg,Wcp]=margin(F)
Mg =
    1.6002
Mp =
    17.3704
Wcg =
    1.7322
Wcp =
    1.3870
```

Prevod medzi dB a zosilnením:

$$M_{G_{dB}} = 20 \log(M_G) \Rightarrow M_G = 10^{M_{G_{dB}}/20} = 10^{4.08/20} = 1.6$$

Za domácu úlohu vyšetriť tieto parametre na nasledujúcich frekvenčných charakteristikách:



5. MODELOVANIE DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

5.1. ZÁKLADNÉ POJMY

Modelovanie

Veľkú časť predrealizačných činností pri automatizovaní mechatronických systémov vykonávame nie priamo na riadenej sústave, ale pomocou jej modelovania.

Modelovanie je definované ako zámena jedného objektu druhým objektom s cieľom skúmania najdôležitejších vlastností pôvodného objektu. Pôvodný objekt nazývame **originál**, náhradný **model**. Originál a model musia byť v niečom zhodné a v niečom odlišné. Základom modelovania je tzv. analógia – zhodnosť (v niektorých vlastnostiach) modelu a originálu. Dnes je najdôležitejším typom analógie tzv. **matematická analógia** – zhodnosť objektov v ich matematickom popise. Niekedy ju nazývame podobnosťou. Matematický popis automatizovaného systému je z hľadiska modelovania jeho **matematický model**.

Vďaka rozvoju počítačov sa podstatne skracuje doba potrebná na vykonanie matematicky formulovaných úloh a počítače umožňujú realizovať také výpočty, ktoré by bez ich použitia boli prakticky nemožné. Súčasne získavame výsledky v prehľadnej forme – v tvare grafov a časových priebehov. Preto sa ako prostriedok modelovania (modely) sa dnes s výhodou používa výpočtová technika. Technickou realizáciou **matematického modelu** na počítači pomocou vhodného programového vybavenia dostávame **počítačový model**.

Skúmanie vlastností počítačového modelu vykonávame tak, že napodobňujeme reálne deje, ktoré sa môžu diať na origináli (napr. vystavujeme model rôznym vstupom, poruchám a pod.). Uvedený spôsob experimentovania s modelom nazývame **simuláciou**.

Výhody modelovania:

- **ekonomické** - model je obvykle podstatne lacnejší ako originál (počítač vs. technologická linka)
- **časové** – realizovať originál môže trvať mesiace až roky, realizovať model trvá dni, týždne
 - zrýchleným výpočtom modelu je možné ho využívať na predpovedanie udalostí v reálnom čase (meteorológia, riadenie technologických liniek predikciou)
- **realizačné** – pri testoch môže hroziť poškodenie originálu, počítačový model je nezničiteľný
 - niekedy je poškodenie originálu priamo testované (crash testy pri automobiloch) a opakovanie testov by si vyžadovalo viac drahých originálov
 - niekedy originál neexistuje (napr. pri výskume a vývoji produktov)
 - niekedy nie je možné zasahovať testami do originálu z prevádzkových dôvodov
- **administratívne** – záznam vlastností systémov, ich následné spracovanie, ich prenos, formát výstupov, výsledkov a pod. je pomocou počítačov veľmi pohodlný a variabilný

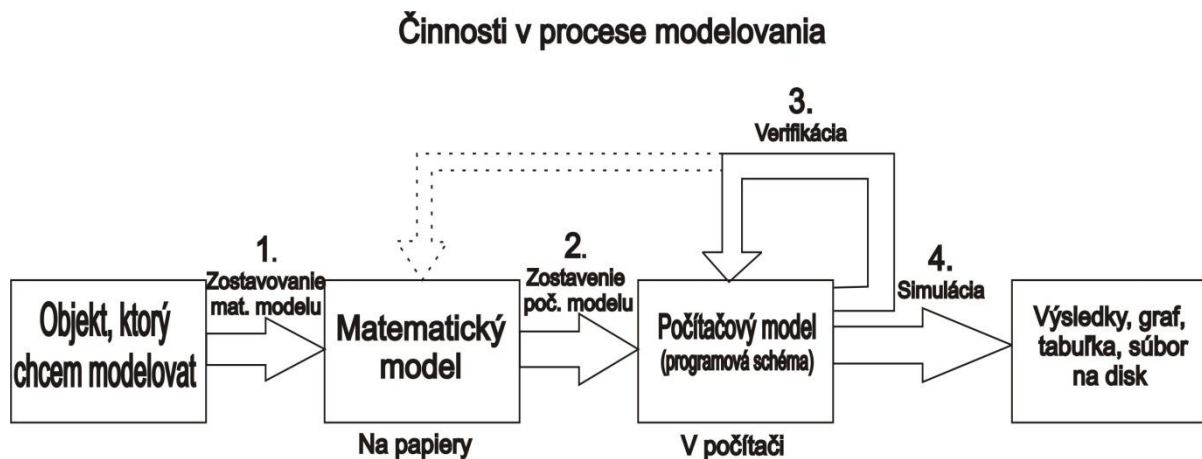
Pri modelovaní mechatronických systémov sa najčastejšie stretávame s prípadom kombinovaného systému, ktorý obsahuje ako časti spojených systémov, tak aj systémov diskretných. Práca s týmto modelom na počítači otvára priestor pre kvalitatívne nový spôsob vyšetrovania vlastností modelu, než by tomu bolo u reálneho systému.

Modelovanie na počítači je potom činnosť, ktorá pozostáva z týchto etáp:

1. **Zostavenie matematického modelu.** Určíme vstupy a výstupy systému ako celku a systém rozdelíme na podsystemy viazané vnútornými veličinami. Vzájomné väzby podsystemov (tzv. konfiguráciu podsystemu) si zaznamenáme. Každý podsystem popíšeme odpovedajúcimi matematickými vzťahmi.
2. **Zostavenie počítačového modelu** pre daný výpočtový prostriedok (počítačový model je často v grafickej forme tzv. programovej schémy)
3. **Overenie správnosti** (verifikácia) počítačového modelu, t.j. porovnanie zhody prejavov modelu s pôvodným systémom.
4. **Vlastné experimenty** s počítačovým modelom, t.j. simulácia za účelom analýzy vlastností simulovaného systému.

5.2. ETAPY MODELOVANIA

Praktické modelovanie prebieha v štyroch etapách, ktoré znázorňuje nasledujúci obrázok:



Obr.6 Etapy modelovania dynamických systémov

5.2.1. Zostavenie matematického modelu

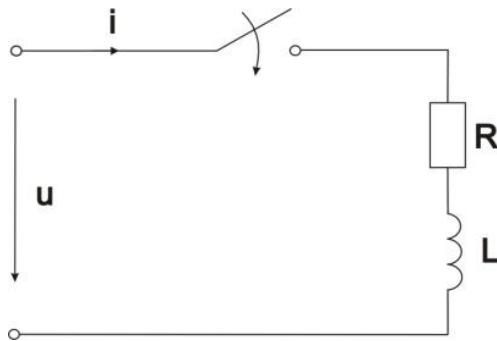
Túto činnosť zaradíme k analýze skúmaného objektu a patrí k najobťažnejším etapám pri modelovaní nových, ešte neznámych objektov. Analytik pri nej využíva znalosti z iných prírodovedných disciplín (fyziky, chémie, elektrotechniky, matematiky,...). Pretože existuje obrovské množstvo objektov, ktoré sa líšia svojimi vlastnosťami, nie je dost' dobre možné formulovať univerzálny postup analýzy pre všetky rovnako. Podľa typu objektu sa používajú znalosti z príslušnej oblasti fyziky a iných vedných disciplín, aby sme dostali matematický popis daného objektu. Najčastejšie dostávame matematický popis objektu vo forme:

- a) diferenciálnych rovníc (pre spojité dynamické systémy)
- b) diferenčných rovníc (pre diskrétny dynamické systémy)
- c) algebraických rovníc
- d) logických rovníc

Uvedené rovnice nám popisujú závislosti medzi vstupmi a výstupmi uvažovaného objektu (systému). Reálnym objektom zodpovedá väčšinou matematický model kombinovaný z uvedených popisov.



Príklad 1: Predpokladajme jednoduchý elektrický RL obvod podľa obrázku.



Riešenie:

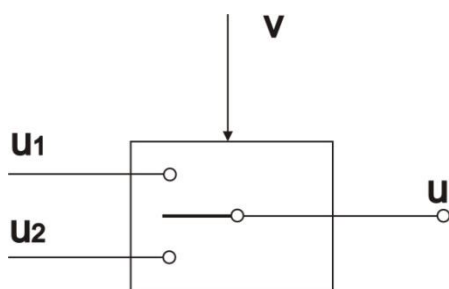
Chceme vytvoriť matematický model tohto obvodu, ináč povedané, závislosť medzi vstupným napätím u a prúdom i , ktorý sme zvolili za výstup obvodu. Potrebujeme poznať Ohmov zákon, Kirchofove zákony a indukčný zákon a môžeme napísať rovnicu:

$$u = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

Vidíme, že matematickým modelom cievky je lineárna diferenciálna rovnica 1. rádu.



Príklad 2: Predpokladajme komparátor podľa obrázku, kde u_1, u_2 sú vstupy do komparátora a v je prepínacia podmienka.



Riešenie:

Matematickým modelom objektu „komparátor“ môžu byť logické rovnice:

$$u = u_1 \quad \text{ak} \quad v = 0$$

$$u = u_2 \quad \text{ak} \quad v = 1$$

Často existuje viac navzájom ekvivalentných zápisov matematického modelu objektu. Napr. diferenciálnu rovnicu je možné zapísať v Laplaceovej transformácii, prenosom, blokovou schémou a pod. Pri modelovaní budeme veľmi často využívať formu blokovej schémy a prenosov, pretože je fyzikálne veľmi názorná.

5.2.2. Zostavenie počítačového modelu

Počítačový model (najčastejšie programová schéma) nám umožňuje riešiť matematický model objektu na konkrétnom výpočtovom prostriedku, či už analógovom alebo číslicovom. Ďalej uvedieme 4 základné metódy, používané pri modelovaní, ktoré používame pre zostavovanie programovej schémy z matematického modelu pre konkrétny počítač.

A. Priama metóda

Môžeme ju použiť vtedy, ak premenné vstupujú do vzťahov, ktoré vieme priamo realizovať dostupnými programovými prostriedkami, teda matematický model je v tvare

$$y = F[x, t]$$

kde y – výstup modelu, x – vstup modelu, t – čas.

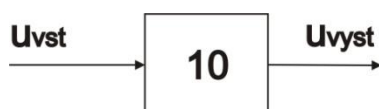
V programovej schéme sa potom nevyskytujú spätnoväzobné slučky.



Príklad 3: Model zosilňovača so zosilnením 10 má rovnicu:

$$u_{vyst} = 10 \cdot u_{vst}$$

Riešenie: Programová schéma:



kde tento blok by sa realizoval programovo v číslicovom počítači triviálne, v analógovom pomocou operačného zosilňovača so zosilnením 10.

B. Nepriama metóda

Tvorí základ modelovania **dynamických systémov**, popísaných napr. pomocou diferenciálnych rovníc. Predpokladá, že **výstup systému a jeho derivácie sú známe** a pri zostavovaní počítačového modelu sa privedú ako spätná väzba na vstupy systému.



Príklad 4: Vezmime si model cievky (RL obvodu)

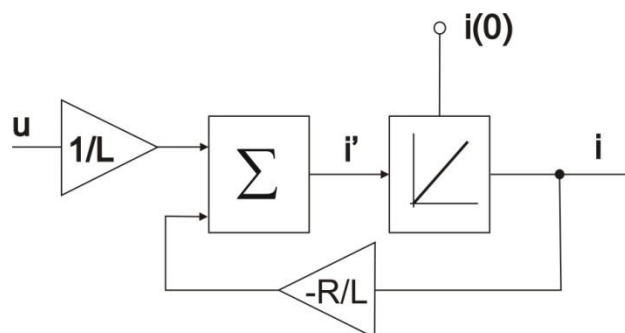
$$u = R.i + L.\frac{di}{dt}$$

Riešenie:

$$i \Leftrightarrow y, u \Leftrightarrow f(t)$$

$$\begin{cases} i' = \frac{1}{L}.u - \frac{R}{L}.i \\ i = \int i' dt + i(0) \end{cases}$$

V prípade, že náš počítač dokáže priamo robiť operácie +,- a \int , vyzerala by blokovo zakreslená programová schéma takto:



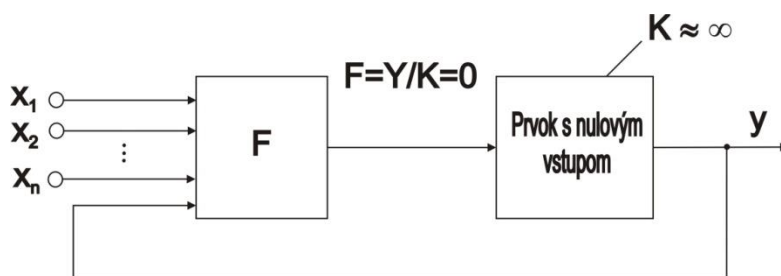
C. Implicitná metóda

Niekedy nevieme použiť metódy A, B, napr. ak počítač nemá zodpovedajúce jednotky alebo je model vyjadrený matematicky v implicitnom tvare:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, y) = 0$$

a nevieme vyjadriť výstup systému (presnejšie jeho matematického modelu) y .

Ak má modelovací počítač k dispozícii prvok, ktorý nastavuje svoj výstup dovedy, kým na svojom vstupe zabezpečí nulu (v analógových operačný zosilňovač, v číslicových integrátor s vysokým ziskom), potom je možné riešiť aj takéto modely , a to programovou schémou podľa obrázku:



Ako je vidieť jedná sa v podstate o iteračný prístup ku riešeniu úlohy. Použitie má hlavne pri riešení nelineárnych úloh, kde pomáha nájsť aspoň jedno konkrétne funkčné riešenie a iné metódy nevedú k výsledku. Môžu pri ňom vznikať problémy so stabilitou riešenia.

D. Metóda štrukturálneho modelovania

Modelovanie zložitejších systémov pomocou ich celkového vstupno-výstupného popisu , napr. príslušnej diferenciálnej rovnice vyššieho rádu, má niektoré nevýhody:

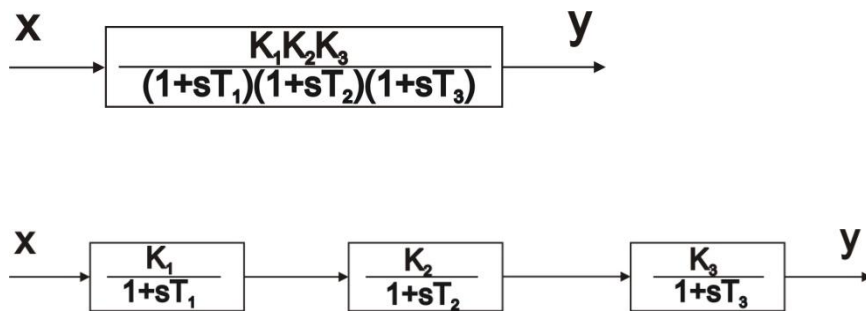
- modely a programové schémy sú neprehľadné
- nie sú vyjadrené vnútorné fyzikálne veličiny objektov, ktoré nás často tiež zaujímajú
- nevieme autonómne vyšetrovať vplyv jednotlivých fyzikálnych parametrov

Napríklad pri pripojení jednosmerného cudzobudeného stroja na sieť nás zaujíma aj priebeh prúdu. Zmena jedného prvku v objekte (napr. indukčnosti) vyvolá zmenu viacerých koeficientov diferenciálnej rovnice, čo znamená, že model nie je z tohto hľadiska autonómny. Preto sa pri modelovaní snažíme používať systémový prístup:

- rozdeliť celkový objekt na menšie podsystémy, v ktorých ešte vieme explicitne vyjadriť prenos diferenciálnej rovnice.
- zostaviť modely jednotlivých subsystémov.
- podľa štruktúry objektu pospájať vstupy a výstupy podsystémov.

Tomuto postupu hovoríme štrukturálne modelovanie, ktoré sa vyznačuje veľkou fyzikálnou názornosťou.

Napr. objekt, ktorého model je diferenciálna rovnica 3. rádu môžeme ekvivalentne modelovať ako jeden systém s diferenciálnou rovnicou (prenosom) tretieho rádu, alebo ako 3 subsystémy prvého rádu s príslušnými prenosmi.



Túto metodiku budeme pri modelovaní automatizovaných systémov využívať veľmi často.

5.2.3. Verifikácia programovej schémy

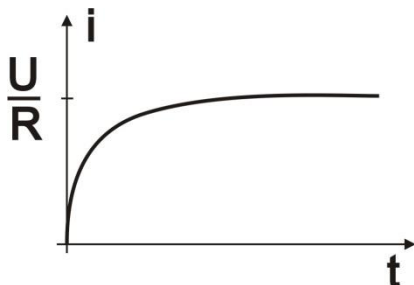
Spočíva v dôkaze, že počítačový model je skutočne podobný skúmanému objektu. Analytický dôkaz tejto podobnosti je hlavne pre zložitejšie systémy niekedy obťažný, pretože je napr. závislý od analýzy objektu, čo je u úplne nových objektov zložitá záležitosť.

Obvykle sa uspokojíme s dôkazom, že počítačový model skutočne rieši rovnice matematického modelu a pre niekoľko konkrétnych prípadov odsimulované výstupy modelu odpovedajú nameraným výstupom objektu (originálu). Najčastejšie sa kontrolujú hodnoty veličín modelu a originálu v ustálených stavoch, ktoré sa ľahko počítajú a merajú. Následne sa ešte porovnáva celková dynamika modelu a originálu.



Príklad 5: Verifikácia RL obvodu

Riešenie: Pre už známy RL obvod vieme, že pri pripojení napätia U by mal prúd i prebiehať podľa obrázku:



kde jeho ustálená hodnota by mala byť U/R podľa Ohmovho zákona. Ak to bude platiť pre odsimulované odozvy modelu, tak je predpoklad, že model je správny.

Od spoľahlivosti verifikácie závisí skutočná hodnota simulovaných výsledkov a preto sa v praxi dôležité modely dlho overujú meraniami na origináli a porovnávaním odoziev.

5.2.4. Simulácia

Je konečnou etapou modelovania, v ktorej sa vlastne obraz originálu vystavuje rôznym zmenám (vstupov, parametrov, porúch) a skúmajú sa jeho vlastnosti a odozvy. Na základe toho sa usudzujú vlastnosti originálu, prípadne sa robí syntéza nových originálov.

5.3. NÁSTROJE POČÍTAČOVÉHO MODELOVANIA

5.3.1. Klasifikácia výpočtových prostriedkov pre modelovanie

Pre modelovanie elektrických pohonov možno vo všeobecnosti využiť ako **analogový**, tak aj **číslicový** počítač. Z vlastností oboch druhov počítačov uvedených prehľadne v tabuľke vyplýva vhodnosť ich použitia pre riešenie tej ktorej úlohy.

Vlastnosť	Analogový počítač	Číslicový počítač
Zobrazenie premenných	Spojité	Diskrétne
Princíp realizácie operácií	Paralelný (súčasný vo všetkých jednotkách)	Sériový (postupný)
Presnosť výpočtu	Ohraničená (cca 0,01%)	Vysoká (určená dĺžkou slova)
Rýchlosť realizácie (výpočtu)	Vysoká (aj v reálnom čase)	Nízka (závisí od zložitosti modelu)
Kapacita pamäte informácií	Nízka	Vysoká
Vhodné matematické operácie	Sčítanie, integrácia, násobenie, generovanie nelineárnych funkcií	Operácie sa realizujú vhodnými numerickými metódami (pomalé)
Možnosť spojenia s reálnym objektom	Jednoduchá	Zložitá (potreba A/Č a Č/A prevodníkov)
Názornosť počítačového modelu	Reálna	Abstraktný popis
Prehľadnosť realizácie počítačového modelu	Málo prehľadná	Prehľadná
Normovanie premenných	Nutné	Nie je potrebné
Zmena konfigurácie systému	Ľahká	Zložitejšia
Možnosť uschovania počítačového modelu	Takmer žiadna	Ľahká (na externú pamäť)

Výrazné prednosti a nedostatky analogových a číslicových počítačov dali podnet ku vzniku **hybridných počítačov** a hybridných počítačových systémov. Tieto sa vyznačujú vysokou rýchlosťou a presnosťou výpočtu, vysokou kapacitou pamäti a využitím analogovej techniky pre diskrétnych simuláciách. Všetky nelineárne zložité operácie možno vykonať jednoducho v číslicovom počítači. Hybridné riešenie problémov modelovania sa ukazuje ako najvýhodnejšie pre modelovanie zložitých nelineárnych systémov (napr. striedavých pohonov s meničmi frekvencie, celých pohonárskych komplexov a pod.).

Porovnanie analógovej a číslicovej simulácie

Vlastnosť	Analógový model	Číslicový model
Rýchlosť	Rádovo rýchlejšia, jednotky pracujú prakticky paralelne	Pomalá, rastie s komplikovanosťou simulovaného systému
Zadávanie vstupných údajov a ich modifikácia	Zložité pri rastúcom ráde systému, poruchové	Jednoduchšie, ľahko reprodukovateľné
Presnosť	Daná presnosťou analógových prvkov, max. 0,1%	Daná použitou aritmetikou, vysoká
Výstupy	Pomerne zložité a nepresné zapisovače	Jednoduchá možnosť výpisu a kopírovania
Ďalšie spracovanie údajov	Zložité	Jednoduché
Nelinearity	Pomerne zložité	Jednoduché

5.3.2. Číslicové modelovanie

Pri tomto spôsobe modelovania sa realizuje matematický model originálu na číslicovom počítači. Pretože tento z princípu pracuje diskrétny, musia sa spojité dynamické systémy modelovať pomocou numerických metód. Tieto metódy aproximujú riešenie diferenciálnej rovnice v určitom bode jednoduchými, analyticky integrovateľnými funkciami. Základným parametrom je *dĺžka kroku*, od ktorej podstatne závisí chyba numerickej metódy a aj stabilita modelu !!!

Rozlišujeme:

- Jednokrokové metódy (Eulerova, Runge-Kutta ...). Základom je Eulerova metóda
- Viackrokové (prediktor-korektor, Adams-Bashfort ...)

Vlastnosti jednokrokových metód:

- Ľahká zmena kroku.
- Nepotrebné počiatkové podmienky.
- S rádom systému narastá doba výpočtu.

- Je možné explicitne určiť chybu a adaptívne prispôbovať krok výpočtu.
- Použitie pre jednoduchšie, lineárne systémy.

Vlastnosti viackrokových metód:

- Nedá sa meniť krok.
- Potrebujú počiatočné podmienky.
- Vyhodnocujú sa vždy iba raz.
- Použitie pre zložité a nelineárne systémy.

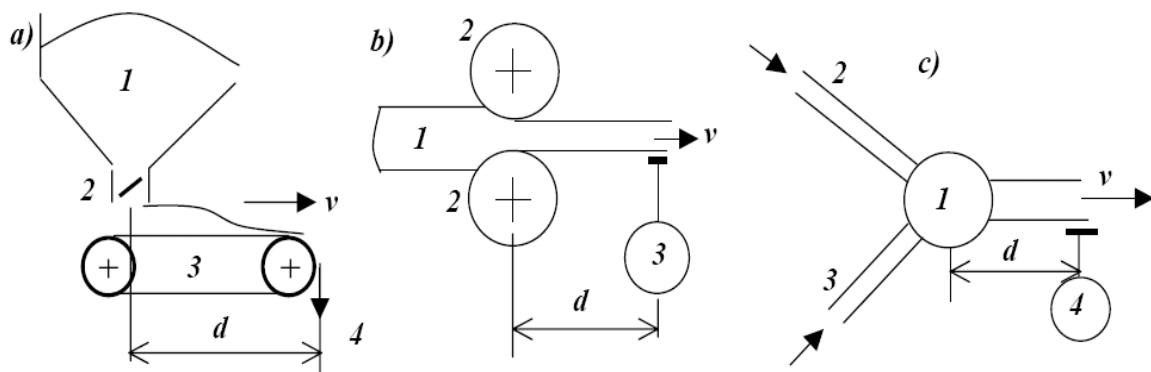
Neexistuje univerzálne najvhodnejšia metóda pre všetky úlohy, voľba vhodnej metódy závisí od typu riešenej úlohy.

5.4. MODELOVANIE VYBRANÝCH ÚLOH

Pri modelovaní elektrických pohonov a ich riadiacich obvodov sa budú často vyskytovať úlohy, ktorých riešenie nie je možné urobiť na základe doteraz uvedených poznatkov bez dlhého uvažovania, pričom postup riešenia týchto úloh už bol vymyslený. Jedná sa napr. o úlohy, týkajúce sa generovania časových funkcií, modelovania dopravného oneskorenia, výber extrémnych hodnôt funkcie a pod., ktoré sa vyskytujú napr. pri modelovaní statických meničov. Niektoré z týchto úloh budú uvedené ďalej.

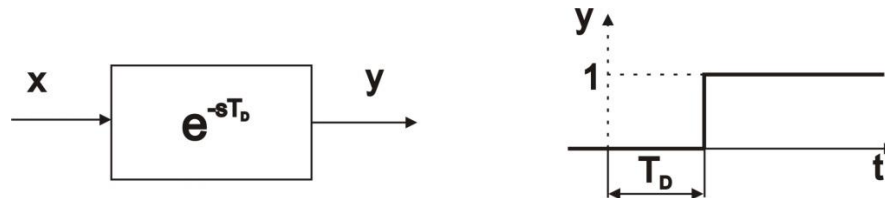
5.4.1. Modelovanie dopravného oneskorenia

Dopravné oneskorenie sa vyskytuje jednak u systémoch a výrobných procesoch, kde dochádza k premiestňovaniu (transportu) materiálu, jednak v systémoch s číslicovými ústrednými členmi, kde vzhľadom na vzorkovanie signálov na vstupe a výstupe ústredného člena a vzhľadom na dobu spracovania riadiaceho algoritmu vzniká posunutie signálu na vstupe a výstupe regulátora. Veľmi často sa tiež s dopravným oneskorením stretávame pri modelovaní hydraulických a pneumatických akčných členov.



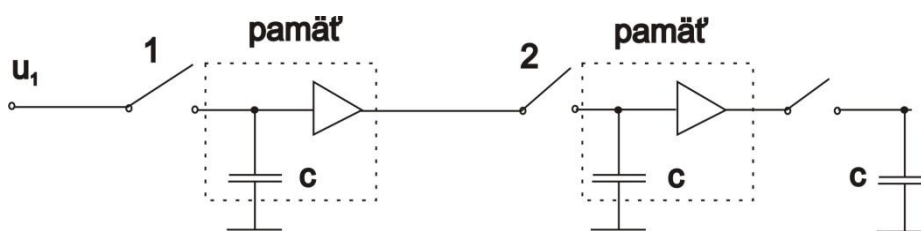
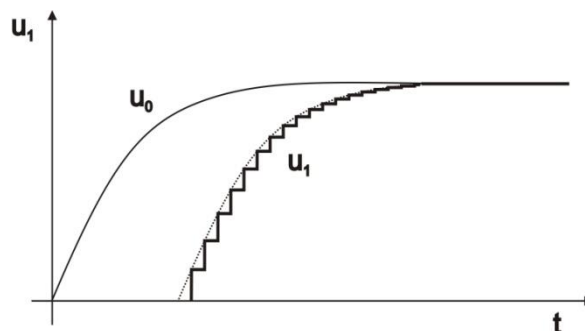
Pretože vplyv dopravného oneskorenia na vlastnosti uvažovanej sústavy je často podstatný (z hľadiska stability, kvality regulácie a pod.), musíme tento vplyv pre analýzu (resp. syntézu) el. pohonov uvažovať, čo pri modelovaní znamená zvoliť vhodný model dopravného oneskorenia.

Ideálne dopravné oneskorenie má prenos a prechodovú charakteristiku podľa obrázka.



Z uvedeného obrázka je zrejmé, že ideálne časové oneskorenie by vyžadovalo pamäť pre hodnoty vstupnej funkcie počas časového intervalu $t - T_D$, čo pre spojitú funkciu znamená nekonečný počet hodnôt a je to nerealizovateľné. Pri modelovaní môžeme:

- a) Buď nekonečný počet hodnôt nahradiť konečným v definovaných časových okamihoch ($t - k.T$), a tým nahradiť spojitú funkciu tzv. schodovitou funkciou



Ako pamäťové prvky tu slúžia (použitie analógovej techniky) kapacity C , pričom v rámci jednej doby T je potrebné cyklicky zapnúť spínače 1 až n . Budú tu zrejme vznikáť problémy pri praktickej realizácii, pretože kapacity musia byť malé, spínače rýchle a s nekonečným odporom v rozopnutom stave, atď. Tento spôsob bude vhodný zrejme pre číslicové modelovanie, kde nie je problém zapamätať si n vzoriek vstupného signálu z predchádzajúcich krkov vzorkovania a vhodne ich v každom kroku posunúť (je to len otázka pamäti, prípadne dĺžky trvania posuvu poľa pri väčšom množstve vzoriek)

- b) Môžeme sa pokúsiť nahradiť funkciu podľa obrázka podobnou spojitou funkciou. Pri tomto postupe rozkladáme funkciu $e^{-s \cdot T_D}$ do nekonečného rádu a z toho berieme potrebný počet členov pre požadovanú presnosť.

Spôsoby modelovania dopravného oneskorenia:

$$u_0 = u_1 \cdot (t - T_D) \qquad \frac{U_0(s)}{U_1(s)} = e^{-sT_D}$$

- o nekonečným počtom členov

$$e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

$$e^{-sT_D} = \frac{1}{e^{sT_D}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{T_D}{n} \cdot s\right)^n} \doteq \left(1 + \frac{T_D}{n} \cdot s\right)^{-n}$$

- o rozvojom do Taylorovho rádu $T=TD$

$$e^{sT} = \sum_0^{\infty} \frac{(s \cdot T)^i}{i!}$$

$$e^{-sT} = 1 - s \cdot T + \frac{1}{2} \cdot s^2 \cdot T^2 - \frac{1}{6} \cdot s^3 \cdot T^3 + \dots$$

$$e^{-sT} = \frac{e^{-s \cdot T/2}}{e^{s \cdot T/2}} = \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot s \cdot T + \frac{1}{8} \cdot s^2 \cdot T^2 - \frac{1}{48} \cdot s^3 \cdot T^3 + \dots}{1 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot T + \frac{1}{8} \cdot s^2 \cdot T^2 + \frac{1}{48} \cdot s^3 \cdot T^3 + \dots}$$

- o Pádeho aproximáciou

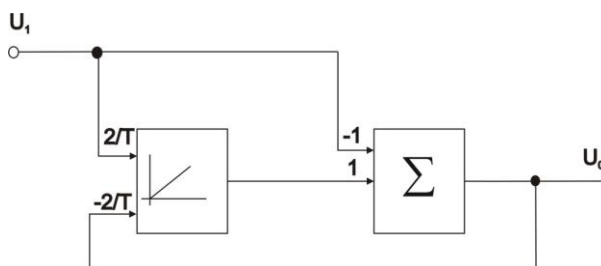
$$e^{-sT_D} = \frac{1 - n_1 \cdot T \cdot s + n_2 \cdot T^2 \cdot s^2 + \dots + (-1)^n n_n \cdot T^n \cdot s^n}{1 + n_1 \cdot T \cdot s + n_2 \cdot T^2 \cdot s^2 + \dots + n_n \cdot T^n \cdot s^n}$$

$$n_k = \frac{\binom{n}{k}}{\binom{2n}{k} \cdot k!}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k}$$

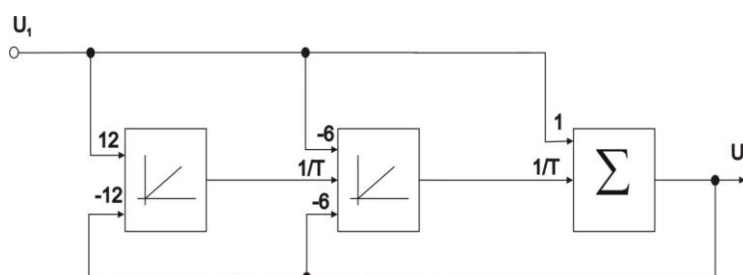
dva členy Pádeho rozvoja (1.rád):

$$\frac{U_0(s)}{U_1(s)} = \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot s \cdot T}{1 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot T}$$

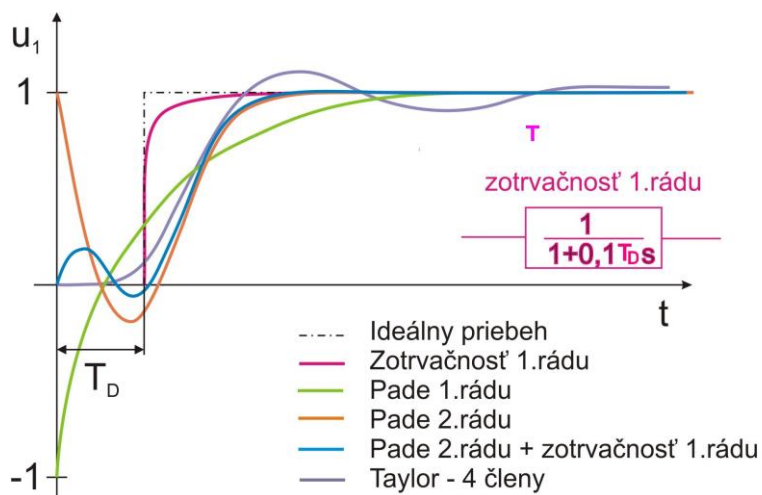


tri členy Pádeho rozvoja (2.rád):

$$\frac{U_0(s)}{U_1(s)} = \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot s \cdot T + \frac{1}{12} \cdot s^2 \cdot T^2}{1 + \frac{1}{2} \cdot s \cdot T + \frac{1}{12} \cdot s^2 \cdot T^2}$$

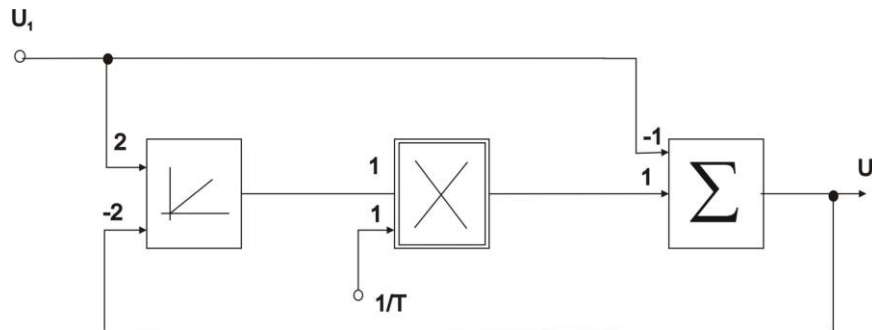


Porovnanie dopravného oneskorenia realizovaného rôznymi spôsobmi:



Najčastejšie pre modelovanie sa používa **Pádeho rozvoj**, lebo ostatné rády pomaly konvergujú. Zvykne sa na výstupe doplniť rýchlym zotrvačným členom 1.rádu.

Realizácia premenného dopravného oneskorenia:



5.4.2. Generovanie funkcií času

V zásade existujú dve možnosti, ako generovať časovú funkciu s požadovaným priebehom.

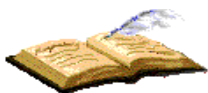
a) **Pomocou generátora funkcií** (ak generovaná funkcia je neanalytická, empiricky zistená a pod).

b) **Cez riešenie zodpovedajúcej diferenciálnej rovnice.**

Pretože v elektrických pohonoch vystupujú obvykle funkcie typu „b“, budeme sa zaoberať hlavne týmto postupom. Vieme ho použiť vtedy, ak požadovaná časová funkcia je riešením nejakej diferenciálnej rovnice, ktorej potom hovoríme tzv. tvoriaca funkcia. Generovanie časovej funkcie potom vlastne prechádza na úlohu nájdenia vhodnej tvoriacej funkcie, ktorú ďalej modelujeme známymi metódami. Všeobecne môžeme povedať, že sa snažíme viacnásobným derivovaním a úpravami dosiahnuť, aby po poslednej derivácii obsahovala funkcia iba konštanty, prípadne pôvodnú časovú funkciu a jej predchádzajúce derivácie. Konkrétne tento postup najčastejšie vedie na:

a) Riešenie obyčajných diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientami, ak generovaná funkcia má tvar súčtu funkcií typu

$$y = A.t^k . e^{a.t} . \cos(\omega.t + \varphi)$$

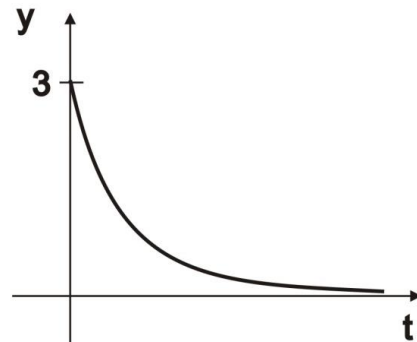
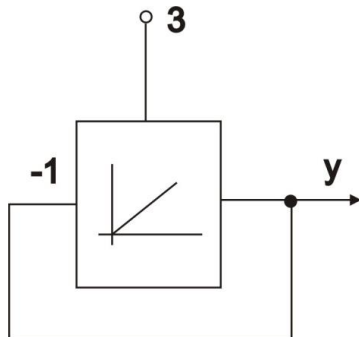


Príklad : Generujte funkciu $y = 3.e^{-t}$

Riešenie: $y' = -3.1.e^{-t} = -1.y; \quad y(0) = 3$

Tvoriaca rovnica: $y' + y = 0$; $y(0) = 3$

Programová schéma:



5.4.3. Generovanie periodických funkcií času

Generovanie harmonických kmitov

$$u_1 = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

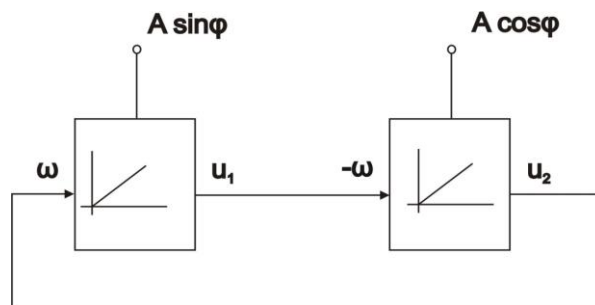
$$u_2 = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$\frac{du_1}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \omega \cdot u_2$$

$$\frac{du_2}{dt} = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -\omega \cdot u_1$$

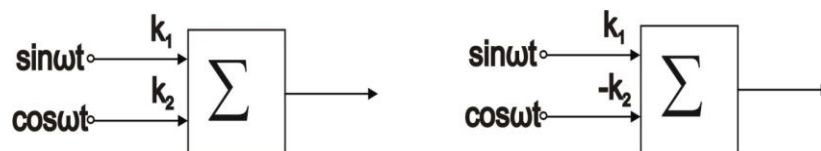
$$u_1(0) = A \cdot \sin(\varphi)$$

$$u_2(0) = A \cdot \cos(\varphi)$$

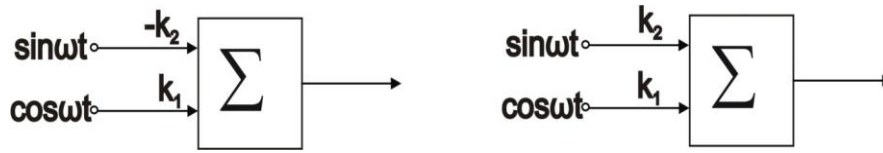


Vytváranie fázovo posunutých signálov

$$\sin(\omega \cdot t \pm \varphi) = \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\varphi) \pm \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\varphi)$$



$$\cos(\omega.t \pm \varphi) = \cos(\omega.t) \cdot \cos(\varphi) \mp \sin(\omega.t) \cdot \sin(\varphi)$$



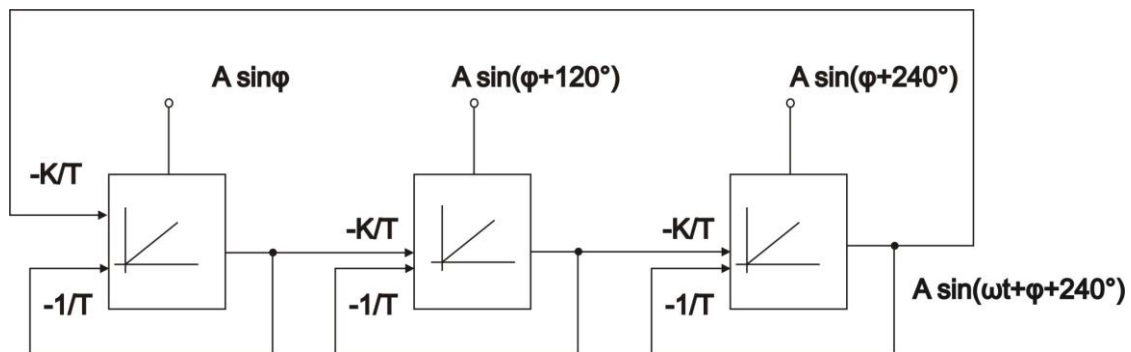
Generovanie trojfázových harmonických kmitov

$$u_1 = A \cdot \sin(\omega.t + \varphi)$$

$$u_2 = A \cdot \sin(\omega.t + \varphi + 120^\circ)$$

$$u_3 = A \cdot \sin(\omega.t + \varphi + 240^\circ)$$

- 1) Skladáním z $A \cdot \sin(\omega.t + \varphi)$, $A \cdot \cos(\omega.t + \varphi)$



- 2) Využitím vlastností zotrvačných členov

Zotrvačnosť 1.rádu posúva fázu teoreticky až o 90°. Prakticky použijeme tri zotrvačné členy, z ktorých každý posúva fázu o -60° a má jednotkové zosilnenie.

$$F(s) = \frac{K}{1 + s.T}$$

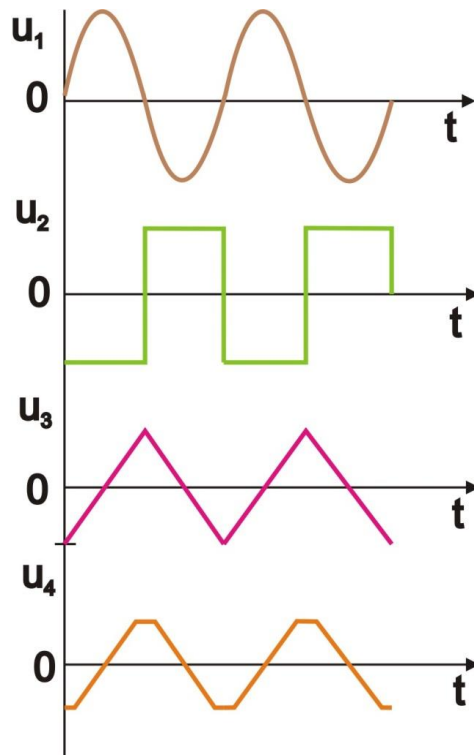
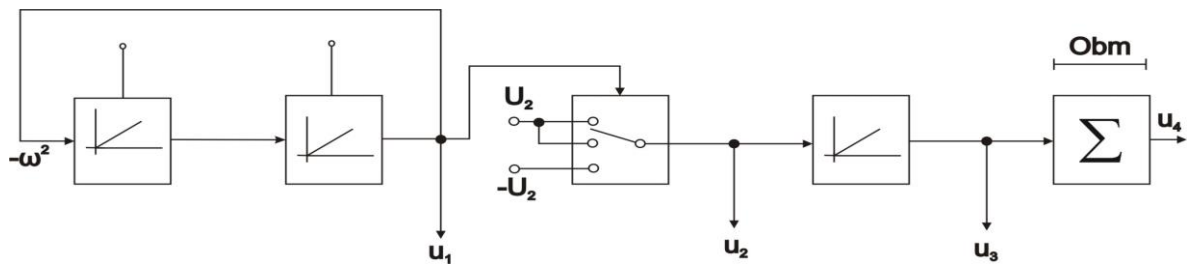
$$F(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega.T} = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega.T)^2}} \cdot e^{-j \arctg(\omega.T)}$$

$$\arctg(\omega.T) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega.T = \sqrt{3} \Rightarrow T = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$$

$$\frac{K}{\sqrt{1+(\omega.T)^2}} = 1 \Rightarrow K = 2$$

Generovanie periodických kmitov rôzneho tvaru

Základom je generátor periodickej funkcie $\sin(t)$, resp $\cos(t)$, ktorej výstup sa ďalej vhodne tvaruje.



5.5. Riešenie algebraických rovníc

Sústava algebraických rovníc má tvar:

$$\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{b}}$$

Využijeme fakt, že derivácia konštanty je nula. Potom pri použití integrátorov bude vektor $\underline{\mathbf{x}}$ ustáleným stavom riešenia sústavy lineárnych diferenciálnych rovníc v tvare:

$$\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{b}} = -\dot{\underline{\mathbf{x}}}$$

Riešenie tejto sústavy však bude stabilné iba vtedy, ak korene charakteristickej rovnice budú reálne záporné. To bude vtedy, ak matica $\underline{\mathbf{A}}$ pri $\underline{\mathbf{x}}$ bude mať iba kladné vlastné hodnoty. To zabezpečíme, ak celú rovnicu vynásobíme zľava $\underline{\mathbf{A}}^T$:

$$\underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{b}} = -\dot{\underline{\mathbf{x}}}$$

kde $\underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{A}}$ je tzv. kvadratická forma matice.

Táto sústava už bude vždy stabilná a je možné ju rozložiť na

$$\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{b}} = -\underline{\mathbf{e}} \quad \underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{e}} = -\dot{\underline{\mathbf{x}}}$$

Túto sústavu potom programujeme.



Príklad: Riešte sústavu:

$$\begin{aligned} x_1 - 2 \cdot x_2 &= -1 \\ -5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 &= 4 \end{aligned}$$

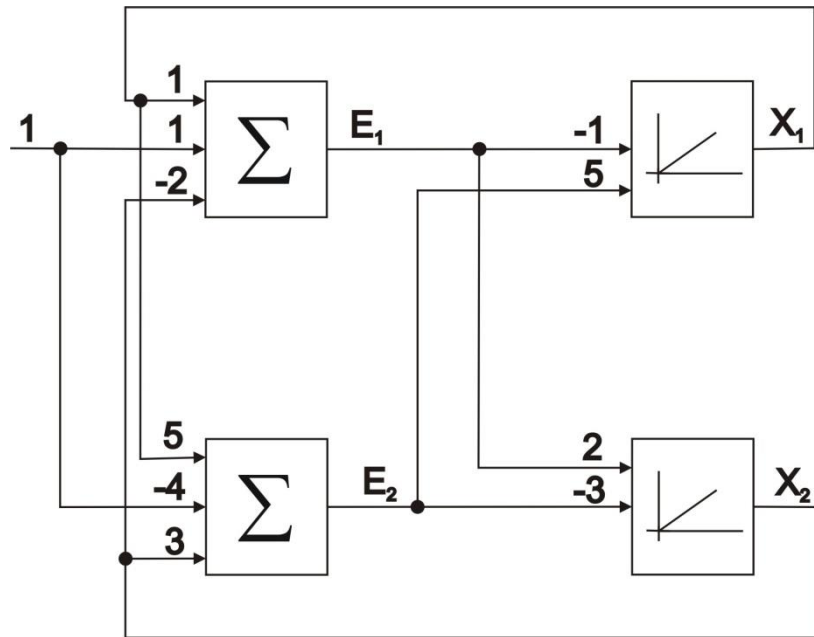
Riešenie:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Programové rovnice: $\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{b}} = -\underline{\mathbf{e}} \quad \underline{\mathbf{A}}^T \cdot \underline{\mathbf{e}} = -\dot{\underline{\mathbf{x}}}$

$$\begin{aligned} x_1 - 2 \cdot x_2 + 1 &= e_1 \\ -5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - 4 &= e_2 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{aligned} e_1 - 5 \cdot e_2 &= \dot{x}_1 \\ -2 \cdot e_1 + 3 \cdot e_2 &= \dot{x}_2 \end{aligned}$$

Programová schéma:



6. IDENTIFIKÁCIA DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

6.1. IDENTIFIKÁCIA SPOJITÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

Matematický model systému je matematické vyjadrenie jeho podstatných vlastností (v použiteľnej forme). Matematické modely rozdeľujeme na dve hlavné skupiny:

- *Parametrické* – majú danú štruktúru (rád a typ diferenciálnej rovnice, obrazový prenos a pod.). Tieto modely tvoria rovnice, ktoré **explicitne** obsahujú koeficienty, **parametre** matematického modelu.
- *Neparametrické* – obsahujú funkčné závislosti medzi vstupom a výstupom systému, veľmi často vyjadrené graficky (prechodová charakteristika), ktoré v sebe zahŕňajú **implicitne** parametre matematického modelu.

Identifikáciou rozumieme nájdenie matematického modelu DS pre daný účel na základe vhodných vstupno-výstupných údajov o systéme. Identifikácia vychádzajúca z fyzikálnych zákonitostí je **analytická**, identifikácia vychádzajúca z nameranej databázy vstupov a výstupov na systéme je **experimentálna**.

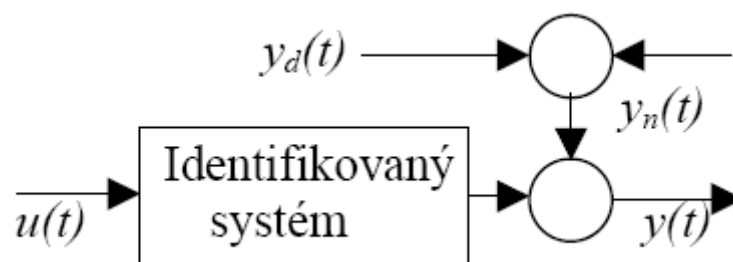
Analytickou identifikáciou sme sa zaoberali pri modelovaní dynamických systémov. V tejto kapitole sa budeme zaoberať experimentálnou identifikáciou.

6.1.1. Experimentálna identifikácia

Experimentálna identifikácia je zostavovanie matematického modelu DS na základe nameraných vstupno-výstupných údajov. Môže prebiehať:

- **Off line** – údaje sa najprv nazbierajú a potom sa hľadá štruktúra, resp. parametre matematického modelu.
- **On line** – získavanie a vyhodnocovanie údajov (zostavovanie matematického modelu, resp. jeho priebežné prispôsobovanie sa údajom) prebieha priebežne v reálnom čase.

Identifikovaný systém predpokladáme všeobecne v tvare:



u – akčná veličina

y – výstupná veličina

y_d – deterministická porucha (merateľná)

y_n – náhodná porucha

Údaje pre identifikáciu získavame tzv. **identifikačným meraním**, najčastejšie je to meranie ozvy výstupnej veličiny dynamického systému na definovaný vstupný signál. Ináč povedané, definujeme a potom realizujeme zvolené vstupné signály a meriame im zodpovedajúce výstupné signály.

Vstupné signály delíme na:

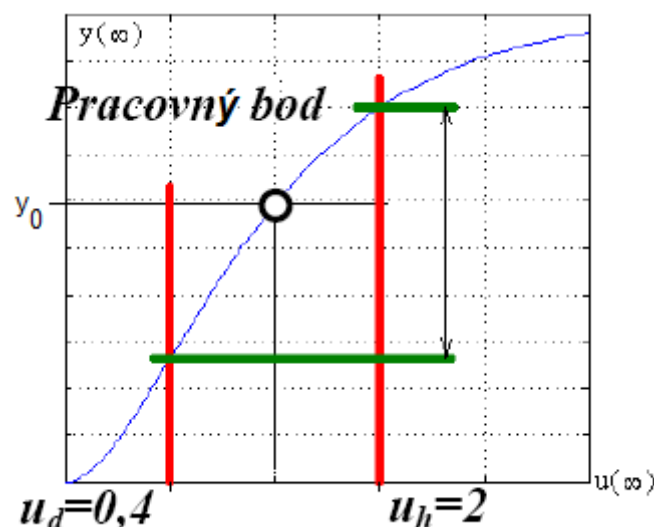
- Deterministické – s dopredu predpísaným časovým priebehom (napr. rôzne vstupné skoky)
- Stochastické – kvázinahodne generované vstupy z definovaného rozsahu, ktorých frekvenčné spektrum má predpísané štatistické rozdelenie

Aby boli identifikačné merania dobre realizovateľné a ich výsledky jasne vyhodnotiteľné, požadujeme od testovacích signálov nasledujúce vlastnosti:

- jednoduché generovanie,
- jednoduchý matematický popis,
- jednoduchá realizovateľnosť pomocou akčných členov,
- použiteľnosť pre daný proces,
- rozsah, ktorým dostatočne vybudia dynamický systém v okolí pracovného bodu.

Týmto kritériám evidentne vyhovujú najlepšie skokové signály vstupnej veličiny DS.

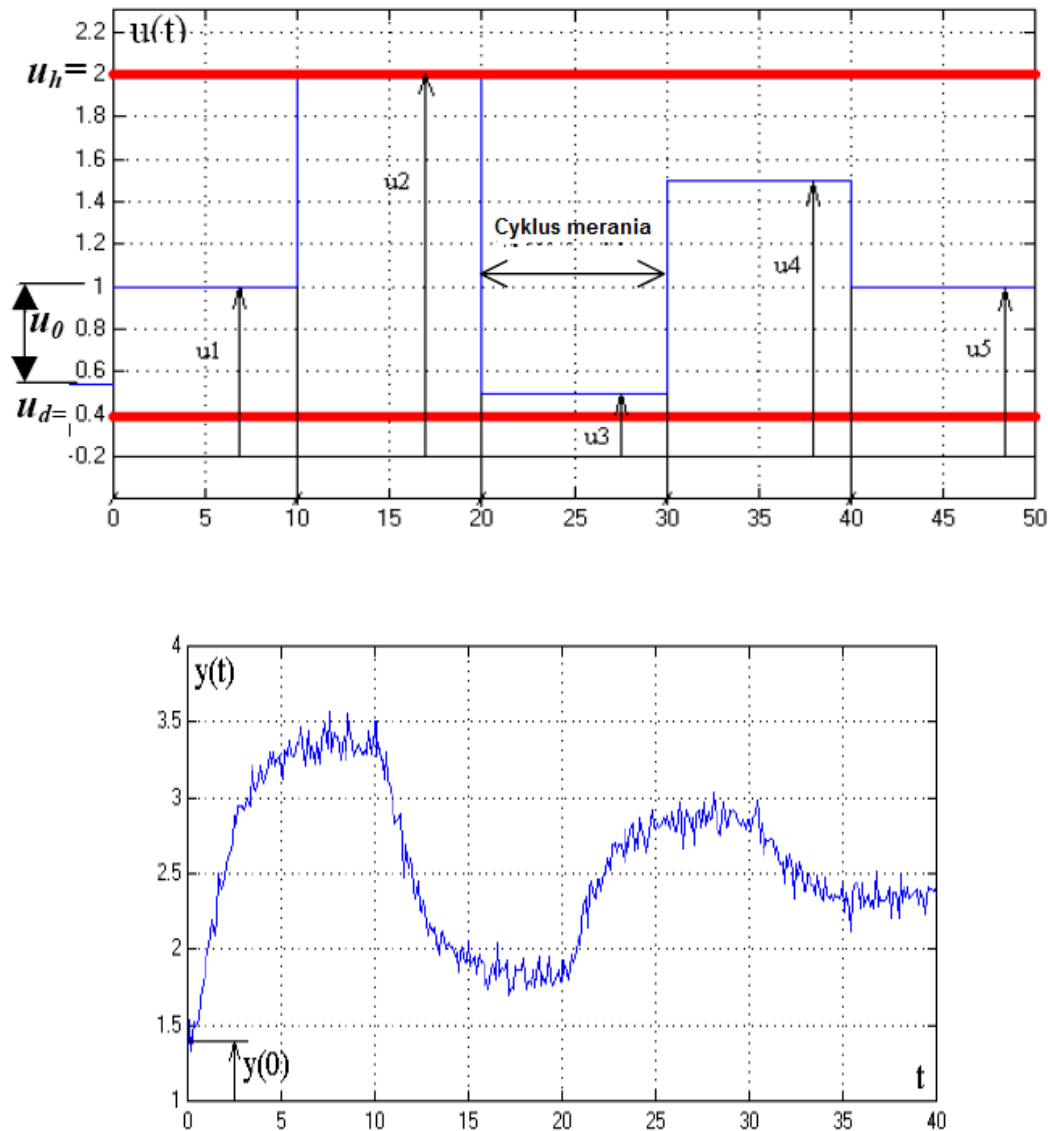
Väčšina priemyselných zariadení (pohonov, liniek, mechatrických systémov) pracuje prevažnú dobu v tej istej časti svojho stavového priestoru, ktorú nazývame **pracovný bod**, označený ďalej ako y_0 . Napríklad linka pre ťahové spracovanie plechov sa rozbieha na svoju pracovnú rýchlosť, pri tejto rýchlosti naťahuje plechový pás celého zvitku a na konci zvitku sa vráti na nulovú rýchlosť. Podobne elektrické pohony pracujú prevažne v nejakom okolí svojej nominálnej uhlovej rýchlosti, pre ktorú sú dimenzované aj ich parametre. Pri identifikácii nás zaujíma práve matematický popis DS v tomto okolí pracovného bodu. Pracovný bod sa určuje na základe merania statickej charakteristiky, ako ukazuje nasledujúci obrázok (obr.7). Pracovný bod tohto systému sa pohybuje v priestore vstupných signálov od u_d (dolná hranica) po u_h (horná hranica). V tomto rozsahu potom generujeme aj vstupné signály pri identifikačných meraniach.



Obr.7 Určenie pracovného bodu zo statickej charakteristiky

Statická charakteristika DS je často nelineárna (napríklad kvôli fyzikálnym obmedzeniam reálnych systémov), a tak matematický popis v okolí pracovného bodu nám umožňuje aj jej linearizáciu.

Možný priebeh náhodne generovaných vstupných skokových signálov u_1 až u_5 identifikačného merania z daného rozsahu ukazuje nasledujúci obrázok (obr.8).



Obr.8. Identifikačné neranie z náhodne generovaných vstupných skokov.

6.1.2. Určenie parametrov prenosu dynamického systému

Matematický model pri identifikácii hľadáme často vo forme jeho Laplaceového prenosu. Aby sme ich mohli nájsť, predpokladáme najprv nejakú jeho štruktúru, a to na základe tvaru jednotlivých nameraných prechodových ozierv DS.

Typické voľby pre hľadajú štruktúru prenosu sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

a) $F_0(s) = \frac{Ke^{-T_D s}}{\tau s + 1}$, $K, T_D, \tau \dots$ Aproximácia 1.rád + dopravné oneskorenie

b) $F_1(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$, $K, \tau_1, \tau_2 \dots$ Pretlmená sústava

c) $F_2(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)^n}$, K, τ, n (volím) ... Aperiodická odozva

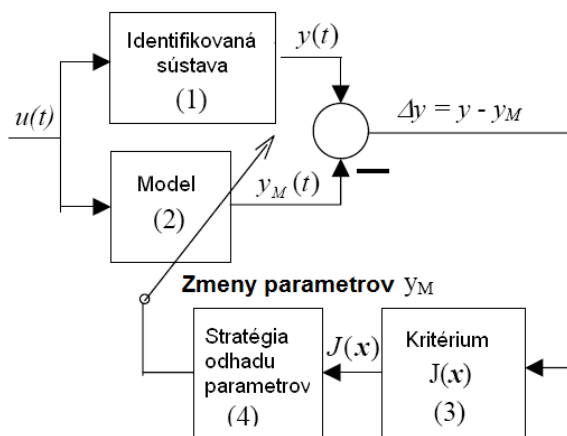
d) $F_3(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)[(\tau s)^2 + 2\xi\tau s + 1]}$, $K, \tau_1, \tau, \xi \dots$ Kmitavá tlmená sústava

e) $F_4(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)}$, $K, \tau_1, \tau_2, \tau_3$

Odhad štruktúry hľadaného prenosu závisí od skúseností experimentátora. Pre odhad optimálnej štruktúry identifikovanej sústavy platia nasledujúce odporúčenia:

- Kontrolovať zhodu ustálených hodnôt, z nej vyplynú zosilnenia prenosu v ustálenom stave.
- Kontrolovať nábeh prechodovej charakteristiky, ktorý určuje minimálny rád hľadaného prenosu. Pri voľbe polynómov prenosu začínať s čo najmenším stupňom čitateľa aj menovateľa prenosu a postupne ich zvyšovať, ak predchádzajúca štruktúra nie je vyhovujúca.
- V prípade kmitavej sústavy musí menovateľ prenosu obsahovať aspoň jeden komplexný koreň, t.j. člen $[(\tau s)^2 + 2\xi\tau s + 1]$.
- Voliť prenos s dopravným oneskorením, ak sa ukazuje v nameranej prechodovej charakteristike.
- Hľadať kompromis medzi zložitou modelom a mierou hodnoty kritéria $J(\mathbf{x})$.

Parametre prenosu potom hľadáme postupným porovnávaním oziev tohto prenosu s ozvami sústavy, získanými identifikačnými meraniami, ako to jasne znázorňuje nasledujúca schéma, v ktorej postupným testovaním rôznych hodnôt vektora parametrov \mathbf{x} získame jeho optimálnu hodnotu.



Obr.9 Identifikácia parametrov dynamickej sústavy

Ako kritérium zhody sa používa najčastejšie kvadratické kritérium:

$$J(\mathbf{x}) = \int_0^{\tau} [y(t) - y_M(t)]^2 dt \doteq \sum_{i=1}^N (y_i - y_{Mi})^2$$

y_i, y_{Mi} - namerané výstupy zo sústavy v diskrétnych časových okamihoch

N – počet vzoriek

\mathbf{x} – vektor parametrov

Poznámka: Jedná sa tu o hľadanie extrémů funkcie viacerých premenných.

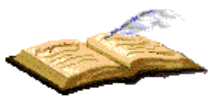
Napríklad pre predpokladaný prenos sústavy 2. rádu bude:

$$F(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} b_0 \\ a_0 \\ a_1 \end{pmatrix}$$

!!! Po určeni parametrov prenosu vždy kontrolujeme zhodu y a y_M , pretože náš odhad štruktúry hľadaného prenosu nemusí byť správny !!!

Pretože ručné riešenie takýchto úloh býva veľmi prácne, je vhodné použiť k nemu počítač a automatizovať ho pomocou prostriedkov pre matematické výpočty, napr. balíka MATLAB.

Pre hľadanie extrémů funkcie viacerých premenných je k dispozícii nástroj, funkcia **fminsearch**.



Príklad:

```
function f = myfun(x,c)
```

```
f = x(1)^2 + c*x(2)^2
```

```
X = fminsearch(f,X0)
```

Funkcia, ktorá vytvorí objekt TF, ktorého dynamika je definovaná koeficientami čitateľa B a menovateľa A prenosu, vhodný pre ďalšie použitie vo výpočtoch je:

```
sys = tf(B,A)
```



Príklad:

```
>> B=[1 2 2];  
>> A=[1 2 2 1];  
>> s1=tf(B,A)  
  
Transfer function:  
      s^2 + 2 s + 2  
-----  
s^3 + 2 s^2 + 2 s + 1
```

Podobne je možné vytvoriť objekt TF, ktorého dynamika je definovaná nulami, pólmi a zosilnením:

```
sys = zpk(Z,P,K)
```



Príklad:

```
>> Z=[-0.5 0.75];  
>> P=[-1 -2 -2];  
>> K=[2];  
>> s=zpk(Z,P,K)  
  
Zero/pole/gain:  
2 (s+0.5) (s-0.75)  
-----  
(s+1) (s+2)^2
```

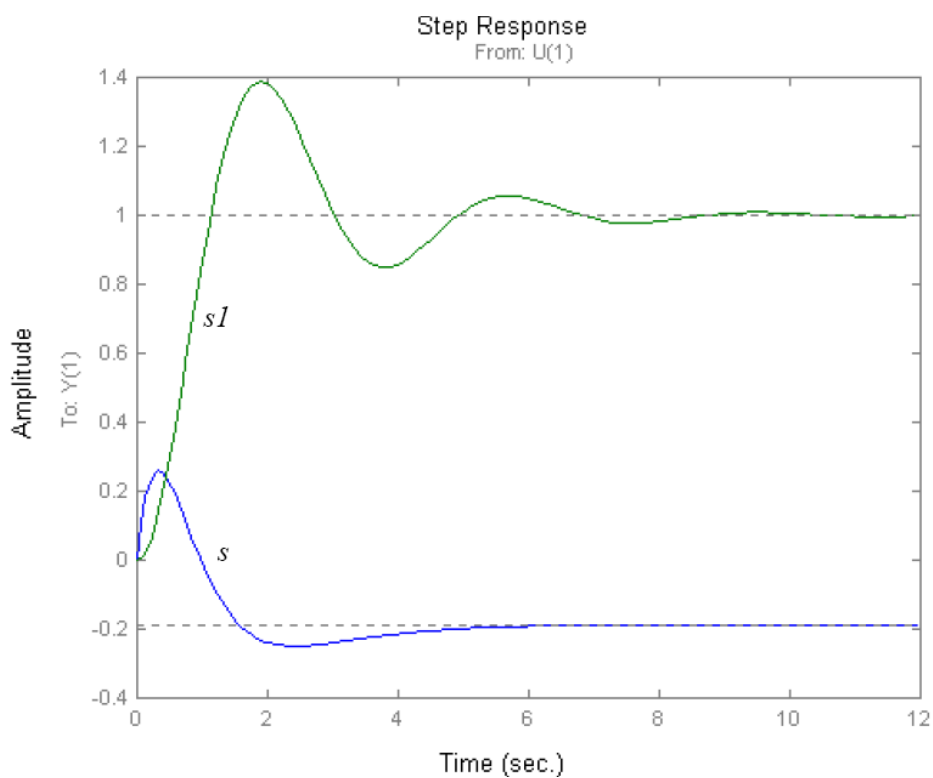
Funkcia, ktorá vypočíta a nakreslí prechodovú charakteristiku TF systému s je:

```
[y,t]=step(sys)
```



Príklad:

```
Zero/pole/gain:  
2 (s+0.5) (s-0.75)  
-----  
      (s+1) (s+2)^2  
» step(s)
```



6.2. IDENTIFIKÁCIA DISKRÉTNÝCH DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

Matematický model dynamického systému hľadáme v tvare:

$$G(z^{-1}) = z^{-v} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = z^{-v} \frac{B}{A}$$

$$A = A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots + a_n z^{-n}$$

$$B = B(z^{-1}) = z^{-v} (b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \dots + b_m z^{-m})$$

n – stupeň polynómu menovateľa

m - stupeň polynómu čitateľa

v – stupeň dopravného oneskorenia

Ak zavedieme substitúciu $q = z^{-1}$ potom diferenčná rovnica bude:

$$A(q)y(k) = q^{-v} B(q)u(k)$$



Príklad: Majme namerané vzorky prechodovej charakteristiky na sústave 1. rádu s dobou vzorkovania 1s.

$$y_k = \{0; 0,5; 0,75; 0,875\}$$

Predpokladajme diferenčnú rovnicu v tvare:

$$y(k) = -a_1 y(k-1) + b_0 u(k-1)$$

Potrebuje určiť koeficienty a_1, b_0 . Pre každú vzorku musí platiť predpokladaná diferenčná rovnica a teda:

$$\begin{array}{ll}
 k = 0; & y(0) = 0,000; u(0) = 1; & y(0) = -a_1 y(-1) + b_0 u(-1) \Rightarrow 0,000 = -a_1 * 0,00 + b_0 * 0 \\
 k = 1; & y(1) = 0,500; u(1) = 1; & y(1) = -a_1 y(0) + b_0 u(0) \Rightarrow 0,500 = -a_1 * 0,00 + b_0 * 1 \\
 k = 2; & y(2) = 0,750; u(2) = 1; & y(2) = -a_1 y(1) + b_0 u(1) \Rightarrow 0,750 = -a_1 * 0,50 + b_0 * 1 \\
 k = 3; & y(3) = 0,875; u(3) = 1; & y(3) = -a_1 y(2) + b_0 u(2) \Rightarrow 0,825 = -a_1 * 0,75 + b_0 * 1
 \end{array}$$

Pretože hľadáme dve neznáme, potrebujeme dve z týchto rovníc, napr.

$$\begin{array}{ll}
 k = 1; & 0,500 = -a_1 * 0,00 + b_0 * 1 & b_0 = 0,5, & B(z^{-1}) = 0,5; \\
 k = 3; & 0,825 = -a_1 * 0,75 + b_0 * 1 & a_1 = -(0,875 - 0,5) / 0,75 = -0,5; & A(z) = 1 - 0,5z^{-1}
 \end{array}$$

Hľadaná diferenčná rovnica má tvar:

$$y(k) = 0,5y(k-1) + 0,5u(k-1)$$

7. SYNTÉZA SPOJITÝCH REGULAČNÝCH OBVODOV

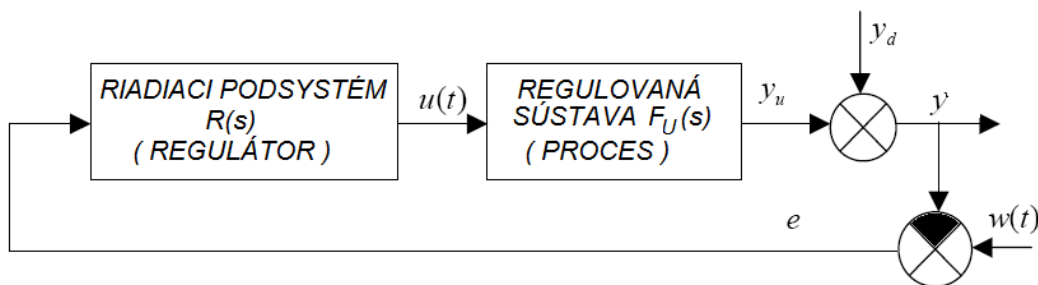
Cieľom syntézy regulačných obvodov je zabezpečiť také rozšírenie riadenej sústavy o ďalšie podsystemy (najčastejšie ich nazývame regulátory), aby boli zabezpečené hlavné **ciele regulácie**:

- Zabezpečiť stabilitu regulačného procesu
- Kompenzovať poruchy (merateľné aj nemerateľné)
- Dosiahnuť požadovanú dynamiku

Riadenie môže byť **priame** (bez spätnej väzby) alebo **spätnoväzobné** (so spätnou väzbou). Z hľadiska svojich zrejmych výhod sa používa najčastejšie spätnoväzobné riadenie.

7.1. SPÄTNOVÄZOBNÉ RIADENIE

Základná štruktúra spätnoväzobného riadenia je na nasledujúcom obrázku:

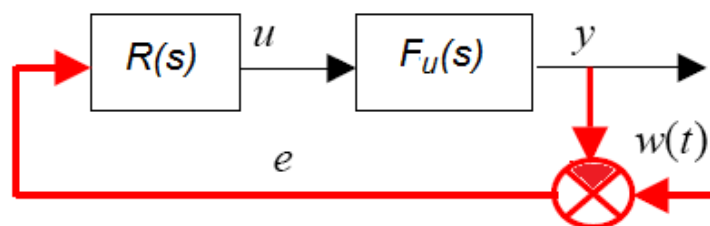


Obr.10 Základná štruktúra spätnoväzobného riadenia

Táto štruktúra sa modifikuje podľa konkrétnych požiadaviek automatizačnej úlohy a konkrétnych poruchových veličín.

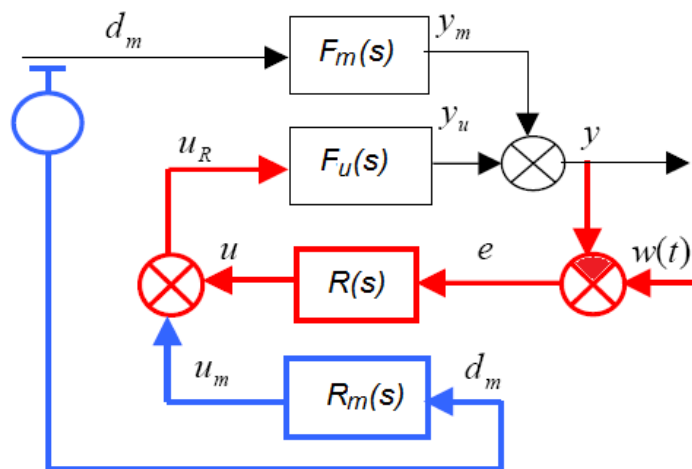
Obvody s jedným stupňom voľnosti

Niekedy ich nazývame aj **servomechanizmy**, pretože ich primárnym cieľom je sledovanie riadiacej veličiny, pričom predpokladáme, že na riadenú sústavu nepôsobia poruchy (tzv. *Tracking problem*). Regulátor je tu navrhovaný z hľadiska kvality sledovanie žiadanej hodnoty $w(t)$.



Obr.11 Regulačný obvod s jedným stupňom voľnosti

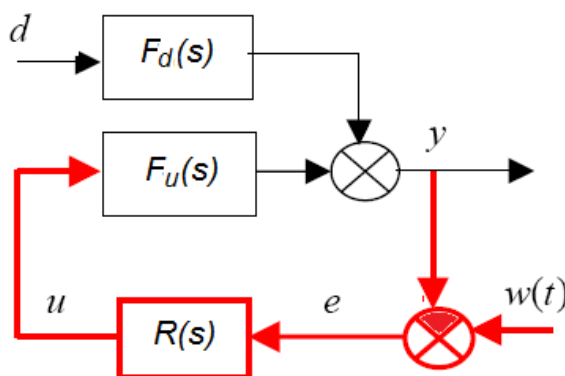
Ak pôsobí na systém aj merateľná porucha d_m cez prenos F_m , môžeme ju kompenzovať dopredným (*FeedForward*) regulátorom R_m podľa obr. 12.



Obr.12 Bloková schéma FeedForward regulátora

Takéto riadené systavy sa vyskytujú veľmi často v robotike, technologických linkách a podobne.

Ak je porucha d nemerateľná, regulátor nemôže optimálne kompenzovať aj poruchu a súčasne sledovať riadiacu veličinu (hovoríme, že má iba jeden stupeň voľnosti, obr. 13).



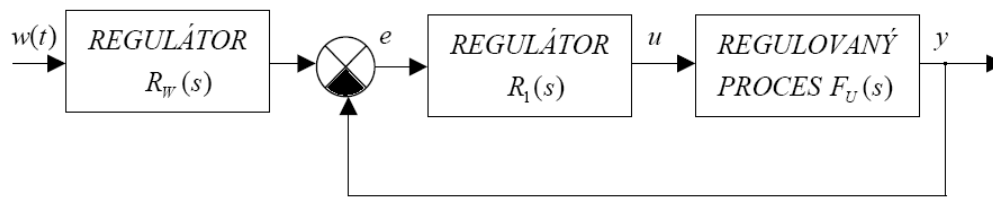
Obr.13 Regulačný obvod s nemerateľnou poruchou

Potom ho môžeme navrhnuť iba podľa jedného hľadiska a z toho druhého sa uzavretý regulačný obvod bude chovať neoptimálne a možno aj nevyhovujúco. V takom prípade musíme použiť štruktúry s viacerými stupňami voľnosti.

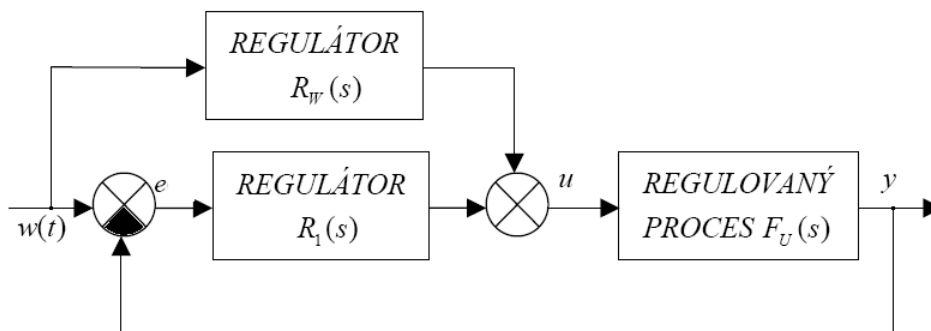
Obvody dvoma stupňami voľnosti

Riadiace obvody s dvoma stupňami voľnosti majú dva regulátory (jeden pre každý stupeň voľnosti) a jednu riadenú sústavu. Podľa ich vzájomného zapojenie môžeme rozlišovať:

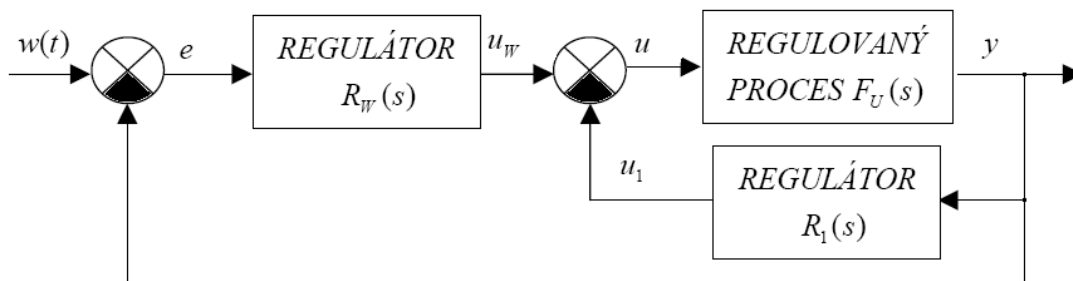
Sériové zapojenie:



Paralelné zapojenie:



Sériovo-spätnoväzobné zapojenie:



Syntéza regulátorov pre tieto štruktúry môže mať rôzne východiskové podmienky :

- Je daná štruktúra regulátorov a určujú sa iba ich parametre (najčastejší prípad).
- Štruktúra je daná len čiastočne a pri syntéze sa navrhujú parametre a štruktúra zatiaľ neurčených blokov.
- Predmetom návrhu sú štruktúra aj parametre regulačného obvodu.

7.2. PID REGULÁTOR

Najčastejší prípad syntézy regulátorov je, že štruktúra regulátorov je daná a určujú sa iba ich parametre . V technickej praxi sa používa regulátor , ktorého štruktúra je zložená z troch častí – proporcionálnej, integračnej a derivačnej (podľa ich základného prenosového chovania). Takýto regulátor sa štandardne skrátene nazýva PID regulátor.

Jeho prenos sa skladá zo súčtu troch zložiek:

$$R(s) = K_R \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right] = r_0 + \frac{r_1}{s} + r_2 s$$

K_R – zosilnenie všetkých zložiek

T_I – integračná časová konštanta

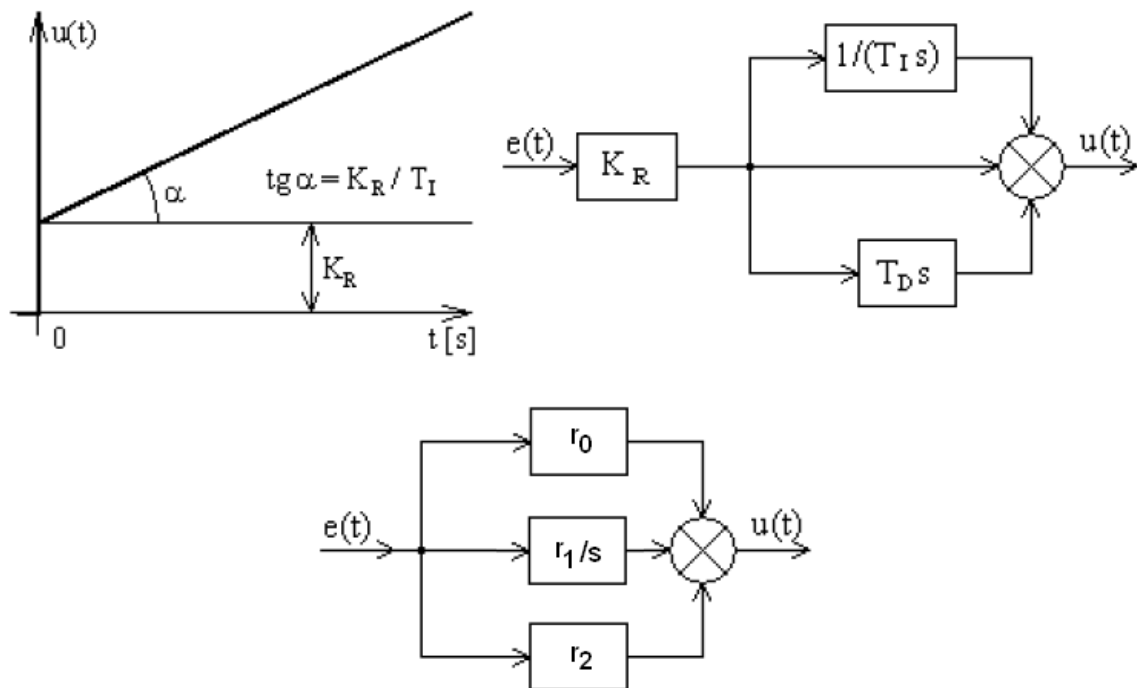
T_D – derivačná časová konštanta

r_0 – zosilnenie proporcionálne

r_1 – zosilnenie integračné

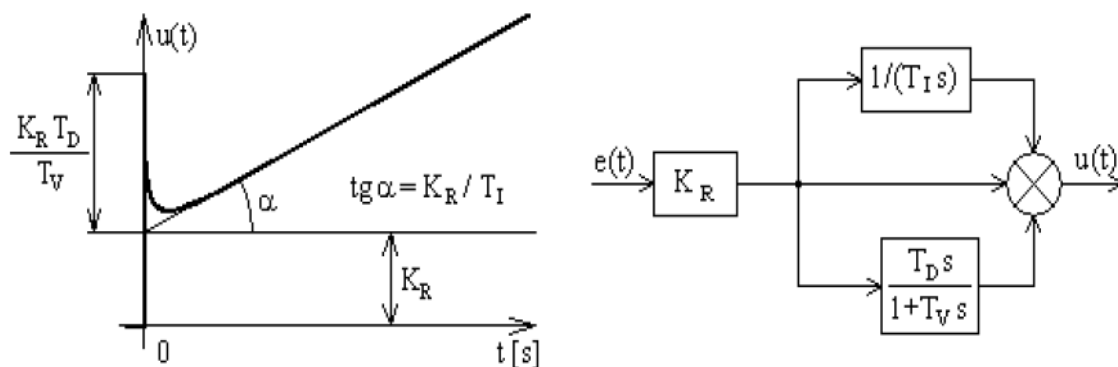
r_2 – zosilnenie derivačné

Prechodová charakteristika a štruktúra PID regulátora:



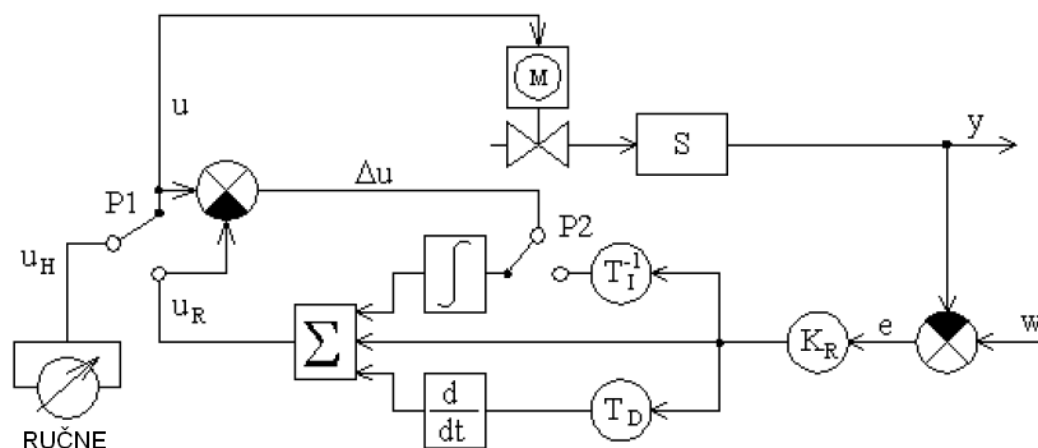
Obr. 14 Štruktúra PID regulátora

Ideálnu deriváciu nevieme technicky realizovať, preto ju prakticky nahradzujeme derivačným členom s filtrom 1. rádu podľa nasledujúceho obrázka (obr.15):



Obr. 15 Realizácia derivačného člena

Pretože PID regulátor obsahuje integračný člen, v praxi to znamená, že aj pri najmenšom nenulovom vstupe (napr. zašumenom signále z meracieho člena) by jeho výstup dosiahol za určitý čas limitnú hodnotu, aj keď je zariadenie mimo prevádzky. Po zapnutí zariadenia by potom nastal limitný skok akčnej veličiny, čo je nežiadúca situácia. Preto v praktickom zapojení pracuje PID vždy v dvoch režimoch – ručnom a automatickom. Ich beznárazové prepínania zabezpečuje schéma:



Obr. 16 Bloková schéma beznárazového prepínania pracovných režimov PID regulátora

7.2.1. SYNTÉZA REGULÁTORA TYPU PID

Pod syntézou PID regulátora budeme rozumieť nájdenie takých jeho parametrov (pretože štruktúra je už daná), aby regulačný obvod s týmto regulátorom mal optimálnu dynamiku (ináč povedané kvalitu regulácie) z určitého hľadiska, podľa určitého kritéria (napr. času, prekmitu, minimálnej spotrebovanej energie a pod.). Kritériá pre posudzovanie optimálnej dynamiky môžu byť:

- **priame** (sú vyjadrené kvantitatívne matematicky, najčastejšie integrály z kvadratickej odchýlky, tzv. integrálna kvadratická plocha)

$$J_2(r_0, r_1, r_2) = \int_0^{\infty} \bar{e}(t)^2 dt = \int_0^{\infty} [e(t) - e(\infty)]^2 dt,$$

Konkrétne pre optimálny PID regulátor musí platiť

$$\frac{\partial J}{\partial r_0} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial r_1} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial r_2} = 0$$

- **nepriame** (v praxi najčastejšie používané, napr. poloha pólov, fázová bezpečnosť, požiadavka n prekmit, ...)

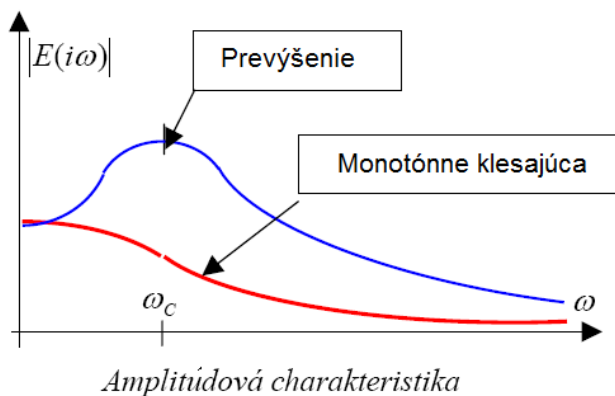
Použitie priamych kritérií je analyticky náročné, málo sa uplatnilo v praxi. Dnes je možné pri využití číslicových počítačov a MATLABu pohodlne riešiť úlohy statickej optimalizácie a tu sa tieto kritéria už dajú využiť.

Najčastejšie metódy založené na nepriamych kritériách sú

- metóda **Optimálneho modulu**,
- metóda **Žiadaného prenosu uzavretého obvodu** (poloha pólov) – **Modálne riadenie**,
- metóda **Absolútneho a relatívneho tlmenia**,
- metóda **Geometrické miesto koreňov**,
- využitie **frekvenčných charakteristík**.

Metóda OPTIMÁLNEHO MODULU (autori R. C. Oldenburg a H. Sartorius)

Základná myšlienka KOM je, aby amplitúdová frekvenčná charakteristika uzavretého obvodu bola monotónne klesajúca (prevýšenie signalizuje sklon obvodu ku kmitaniu) a ideálne jednotková, čiže prenosová funkcia uzavretého regulačného obvodu by mala byť jednotková.



Obr. 17 Amplitúdová frekvenčná charakteristika uzavretého obvodu

$$|F(j\omega)|^2 = M^2(\omega) = M(\omega)M(-\omega) \stackrel{!}{=} 1$$

Pre prenosovú funkciu teda musí platiť:

$$F_{Y/W}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} \stackrel{!}{=} 1$$

Po zavedení označenia pre prenos otvoreného obvodu:

$$F_0(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$$

Pre kvadrát modulu uzavretého obvodu platí:

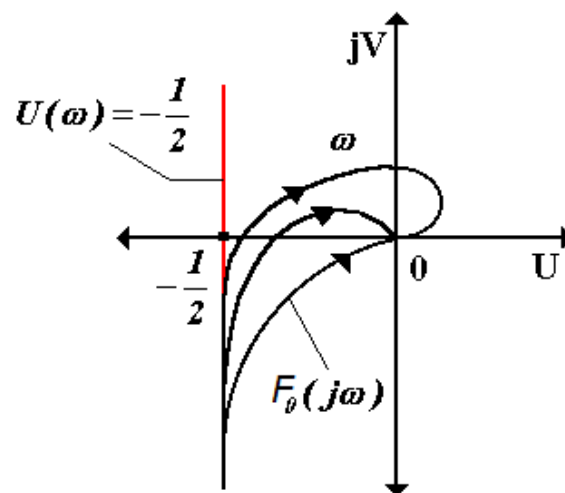
$$M^2(\omega) = \left| \frac{F_0(j\omega)}{1 + F_0(j\omega)} \right|^2 = \left| \frac{U + jV}{1 + U + jV} \right|^2 = \frac{U^2 + V^2}{1 + 2U + U^2 + V^2} \stackrel{!}{=} 1$$

Podmienka je splnená, ak:

$$1 + 2U = 0$$

odkiaľ vyplýva:

$$\boxed{\operatorname{Re}\{F_0(j\omega)\} = U(\omega) = -\frac{1}{2}}$$



Obr. 18 Frekvenčná charakteristika otvoreného obvodu podľa KOM

Postup odvodenia rovníc pre parametre regulátora:

- Určíme frekvenčnú prenosovú funkciu otvoreného regulačného obvodu:

$$F_0(j\omega) = F_S(j\omega)F_R(j\omega)$$

- Rozložíme na reálnu a imaginárnu zložku $F_0(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$
- Reálnu zložku položíme rovnú $U(\omega) = -0,5$
- Odstránime zlomok pre násobením rovnice menovateľom
- Porovnaním koeficientov polynómov na oboch stranách rovnice pri rovnakých mocninách dostaneme sústavu rovníc pre : PID, PI, PD, I, P



Príklad:

Navrhnete regulátor typu I pre sústavu s prenosom:

$$F_s(s) = \frac{2}{(s+2)}$$

Riešenie: Prenos regulátora typu I je:

$$F_R(s) = \frac{r_1}{s}$$

Prenos otvoreného obvodu:

$$F_O(s) = F_R F_S = \frac{2r_1}{s^2 + 2s}$$

Frekvenčný prenos po prenasobení komplexne združeným menovateľom:

$$(a + jb)(a - jb) = a^2 + b^2$$

$$F_o(j\omega) = \frac{2r_1}{-\omega^2 + j2\omega} = \frac{2r_1[-\omega^2 - j2\omega]}{(-\omega^2)^2 + 4\omega^2}$$

Reálna časť prenosu otvoreného obvodu sa má rovnať -0,5:

$$\operatorname{Re}\{F_o(j\omega)\} = \frac{-2r_1\omega^2}{\omega^4 + 4\omega^2} = -0.5$$

Porovnaním koeficientov pri druhej mocnine

$$-2r_1\omega^2 = -0.5(\omega^4 + 4\omega^2)$$

dostaneme pre parameter regulátora:

$$r_1 = 1$$

Praktická realizácia pre PI regulátor:

Predpokladajme, že prenos regulovanej sústavy vieme zhruba aproximovať podľa:

$$F(s) = \frac{K_S}{\prod_{v=1}^n (T_v s + 1)} \approx \frac{K_S}{(T_1 s + 1)(T_\Sigma s + 1)} = F_{APR}(s),$$

kde:

$$T_1 \gg T_\Sigma = \sum_2^n T_v$$

Prenos regulátora PI:

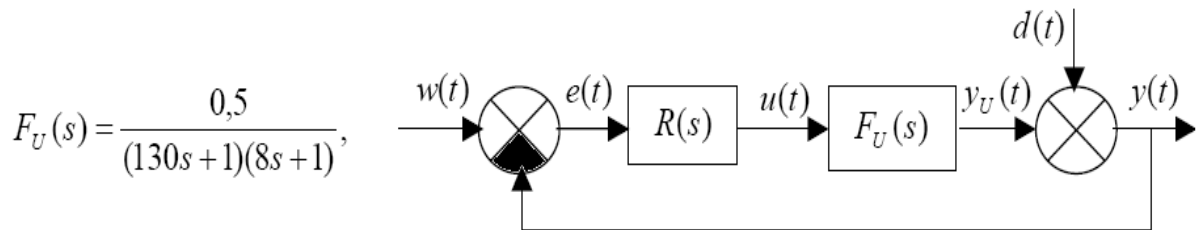
$$R(s) = K_R \frac{1 + T_R s}{s} = \frac{K_R + K_R T_R s}{s} = \frac{r_1 + r_0 s}{s}, \quad r_0 = K_R T_R, \quad r_1 = K_R$$

Parametre regulátora potom budú:

$$K_R = \frac{1}{2K_S T_\Sigma}; \quad T_R = T_1.$$



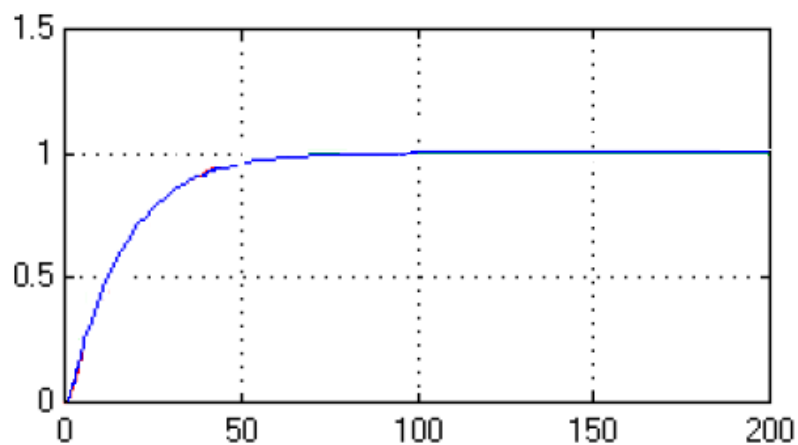
Príklad:



$$F_U(s) = \frac{0,5}{(130s+1)(8s+1)},$$

$$R(s) = r_0 + \frac{r_1}{s} = \frac{r_0 s + r_1}{s}.$$

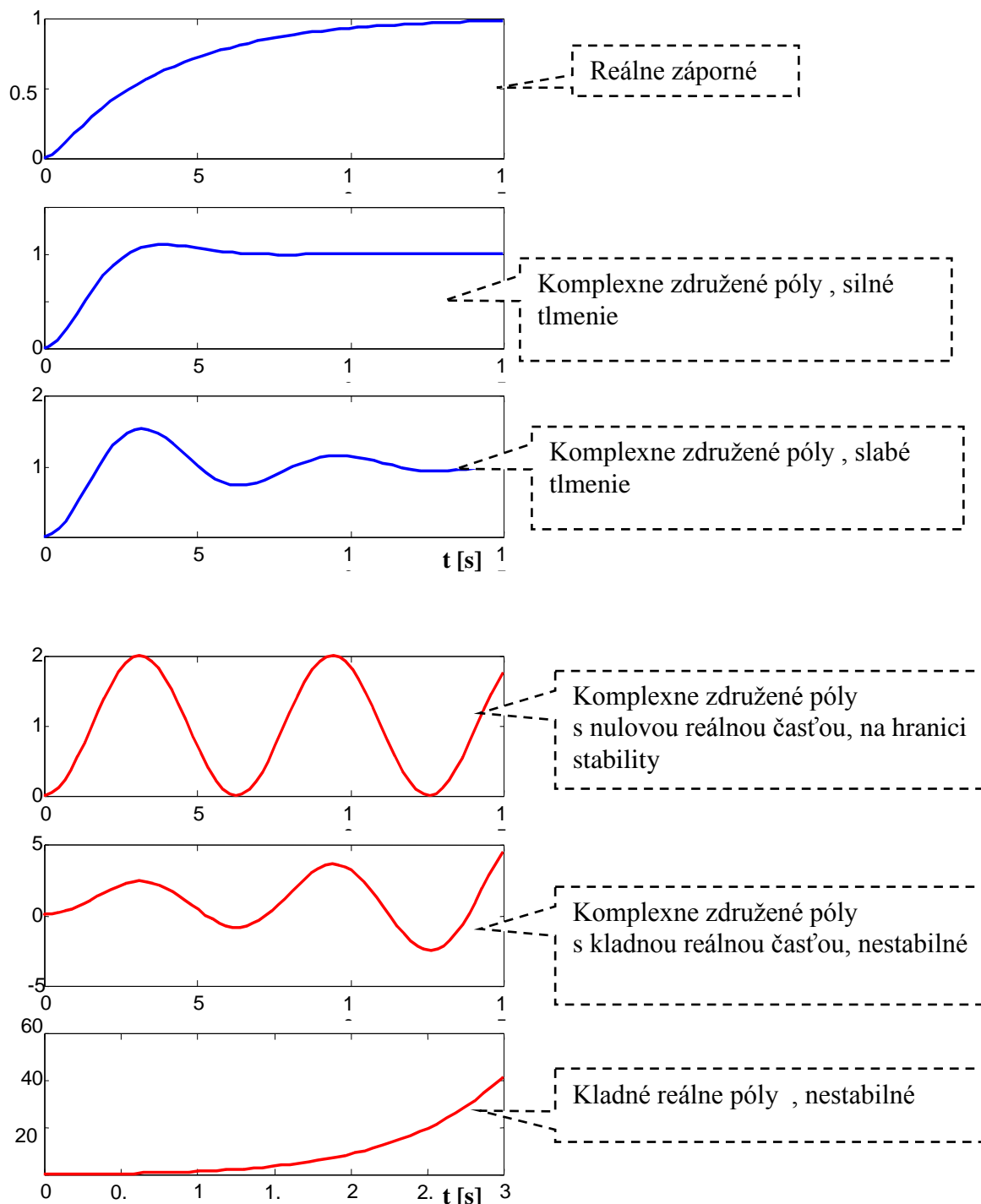
$$K_R = \frac{1}{2K_S T_\Sigma} = \frac{1}{2 \cdot 0,5 \cdot 8} = 0,125; \quad T_R = T_1 = 130; \quad r_0 = K_R T_R = 16,25; \quad r_1 = K_R = 0,125$$



7.3. Metóda ŽIADANÉHO PRENOSU

Z kapitoly o analýze spojitéch DS vieme, že výsledná odozva systému je závislá od polohy pólů jeho prenosu v komplexnej rovine.

Závislosť tvaru prechodovej charakteristiky od polohy pólů:



Z uvedeného vyplýva, že ak navrhne regulátor tak, aby prenos uzavretého regulačného obvodu mal vhodný typ pólov podľa našich požiadaviek, bude aj odozva systému vyzerat' tak, ako ju zdefinujeme.

Pre využitie tejto myšlienky môžeme vychádzať buď zo žiadaného prenosu uzavretého systému alebo z jeho stavového popisu (v literatúre tzv. **modálne riadenie**).



Príklad:

Navrhnite regulátor typu I pre sústavu s prenosom:

$$F_s(s) = \frac{2}{(s + 2)}$$

Riešenie: Prenos regulátora typu I je:

$$F_R(s) = \frac{r_1}{s}$$

Prenos otvoreného obvodu:

$$F_O(s) = F_R F_S = \frac{2r_1}{s^2 + 2s}$$

Prenos uzavretého obvodu:

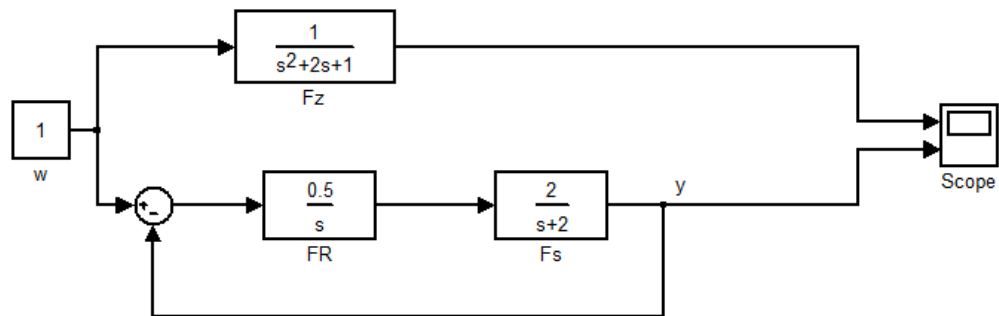
$$F_{y/w}(s) = \frac{2r_1}{s^2 + 2s + 2r_1}$$

Je potrebné určiť jeden parameter regulátora r_1 . Nech je žiadaný prenos uzavretého obvodu na hranici aperiodicity, má teda dvojnásobný reálny pól a jeho tvar je:

$$F_{\text{žad}}(s) = \frac{a^2}{(s + a)^2} = \frac{a^2}{s^2 + 2as + a^2}$$

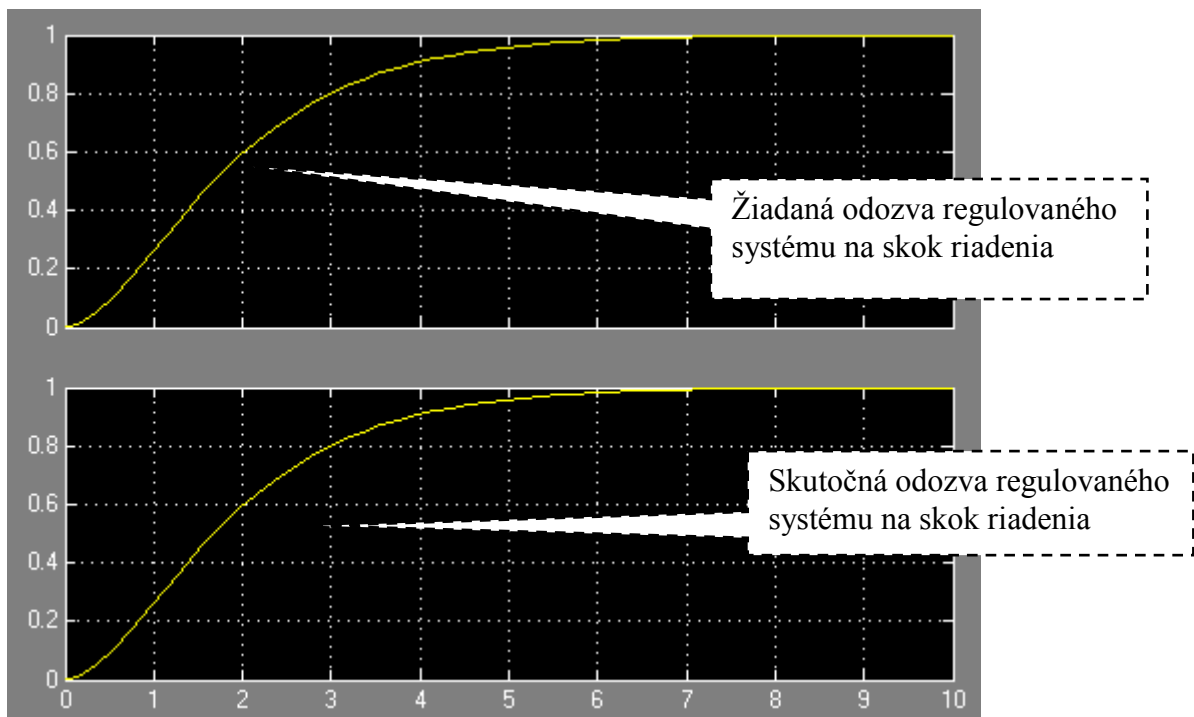
Aby bol žiadaný a skutočný prenos uzavretého obvodu rovnaký, musí byť $a=1$ a $r_1=0,5$.

Bloková schéma uvedeného príkladu:



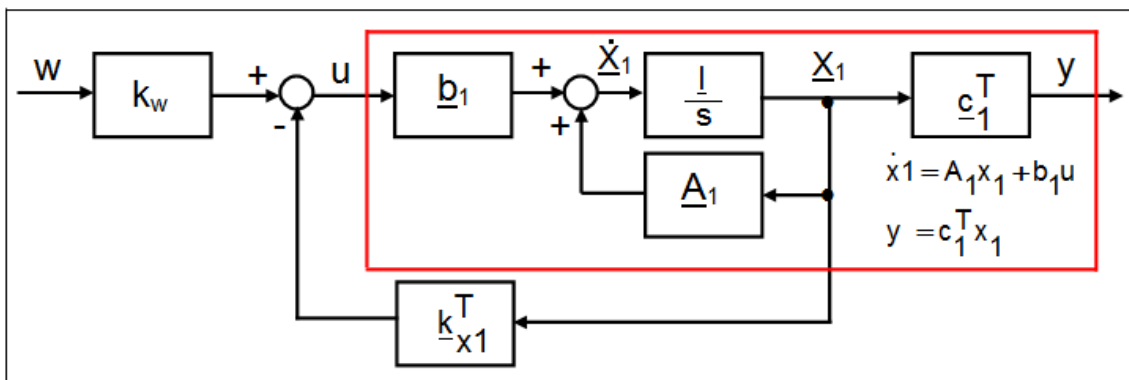
Obr. 19 Bloková schéma regulačného obvodu pre metódu žiadaného prenosu

A prechodová charakteristika žiadaného a regulovaného systému sú prakticky totožné.



7.4. MODÁLNE RIADENIE

Univerzálnym popisom dynamických systémov je ich stavový popis. Pri syntéze všeobecného stavového regulátora je možné vychádzať z nasledujúcej regulačnej schémy, ktorá je známa ako **modálne riadenie** :



Obr. 20 Bloková schéma regulačného obvodu pre modálne riadenie

Parametre regulátora, t.j. konštanty vektorov k_w a k_{x1} určíme zo žiadaného stavového popisu uzavretého obvodu

Riadený systém má prenos:

$$F_s(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad m < n$$

so stavovým opisom

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u \quad y = c_1^T x_1 + d_1 u$$

Zjednodušene môžeme princíp návrhu parametrov regulátora ukázať v prípade, ak je systém zapísaný v kanonickej forme riaditeľnosti, t.j. jeho matice majú tvar:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}; \quad b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$c_1^T = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_m \quad 0 \quad \dots \quad 0]; \quad d_1 = 0;$$

Regulátor realizuje matematicky zákon riadenia v tvare : $u = k_w w - k_{x1}^T x_1 \rightarrow$

Rovnica uzavretého obvodu:

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u$$

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 k_w w - b_1 k_{x1}^T x_1$$

$$\dot{x}_1 = [A_1 - b_1 k_{x1}^T] x_1 + k_w b_1 w = A_c x_1 + b_w w$$

kde:

$$\underline{A}_c = [A_1 - b_1 k_{x1}^T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_0 - k_1 & -a_1 - k_2 & -a_2 - k_3 & \dots & -a_{n-1} - k_n \end{bmatrix}$$

Ak zvolíme žiadané póly upraveného systému $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, potom bude mať želaný polynóm tvar

$$Q(s) = (s - \lambda_1) \dots (s - \lambda_n) = s^n + q_{n-1} s^{n-1} + \dots + q_1 s + q_0$$

A želaná matica $A_{c\check{z}}$ upraveného systému:

$$A_{c\check{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -q_0 & -q_1 & -q_2 & \dots & -q_{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{nech } A_c = A_{c\check{z}}$$

Porovnaním jednotlivých koeficientov matíc určíme proporcionálne zosilnenia (prvky) vektora k_x :

$$\begin{aligned} a_0 + k_1 &= q_0 \rightarrow k_1 = q_0 - a_0 \\ \dots & \dots \\ a_{n-1} + k_n &= q_{n-1} \rightarrow k_n = q_{n-1} - a_{n-1} \end{aligned}$$

Proporcionálne zosilnenia (prvky) vektora k_w určíme z podmienky pre ustálený stav systému, kde by malo platiť $e(\infty) = 0$:

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s[W(s) - Y(s)] =$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[1 - c_1^T (sI - A_C)^{-1} b_1 k_W \right] W(s) = 0$$

$$Y(s) = \left[c_1^T (sI - A_C)^{-1} b_1 k_W \right] W(s)$$

odkiaľ pre $w(t) = 1 \rightarrow W(s) = 1/s$ je:

$$1 + c_1^T A_C^{-1} b_1 k_W = 0 \qquad k_W = (-1) / c_1^T A_C^{-1} b_1$$

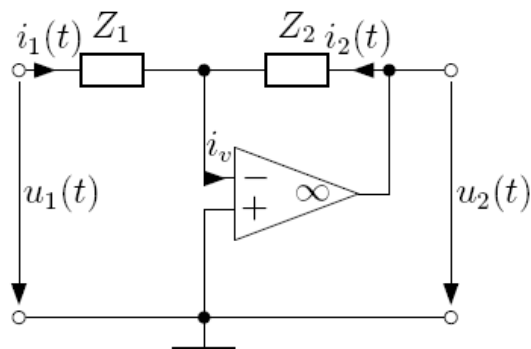
8. REALIZÁCIA ÚSTREDNÝCH ČLENOV

8.1. ANALÓGOVÉ ÚSTREDNÉ ČLENY REGULÁTOROV

Analógové ústredné členy boli v minulosti základom regulačných obvodov, ale dnes sú vzhľadom na rozvoj číslicovej techniky vytlačované číslicovými. Používajú sa vtedy, ak:

- Požadujeme široké frekvenčné pásmo (doba vzorkovania nestačí)
- Realizácia je vo výbušnom prostredí
- Cena je rozhodujúci faktor

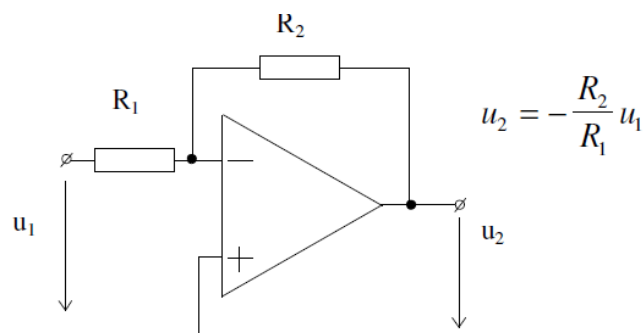
Základom elektrických analógových UČ je operačný zosilňovač v zapojení so záp. spätnou väzbou.



Obr. 21 Analógový ústredný člen

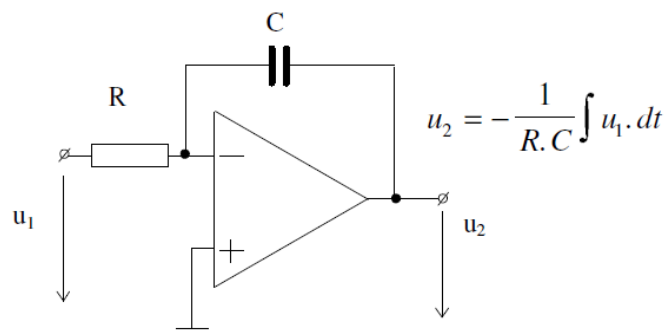
Preenos je $F(s) = u_2/u_1 = Z_2/Z_1$. Podľa toho, aké pasívne prvky sú zapojené v spätnej väzbe a v priamej vetve operačného zosilňovača, dostaneme prenosy rôznych typov regulátorov P, I, PI, PD, PID.

P regulátor:



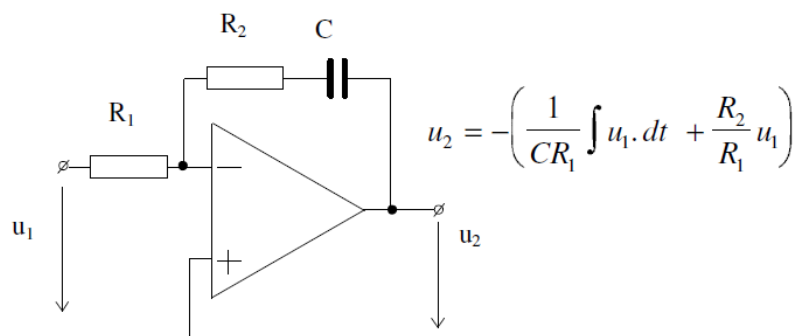
Obr. 22 Realizácia analógového P člena

I regulátor:



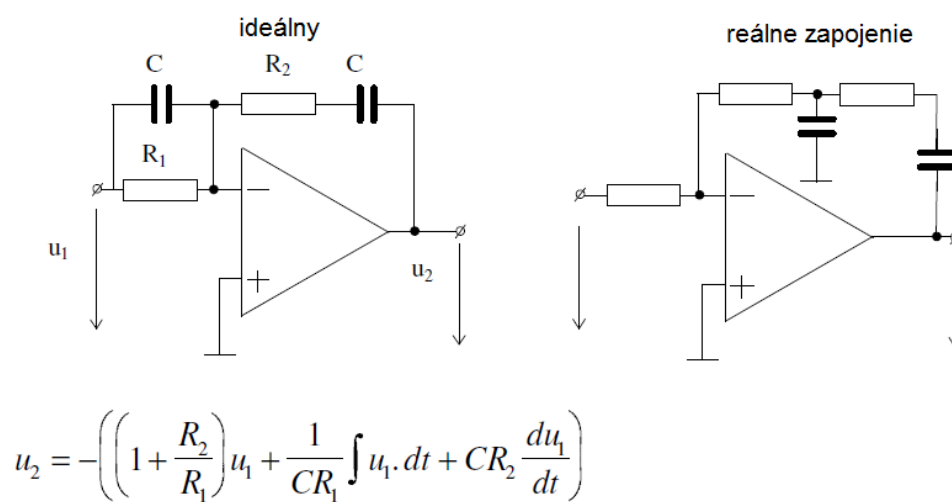
Obr. 23 Realizácia analógového I člena

PI regulátor:



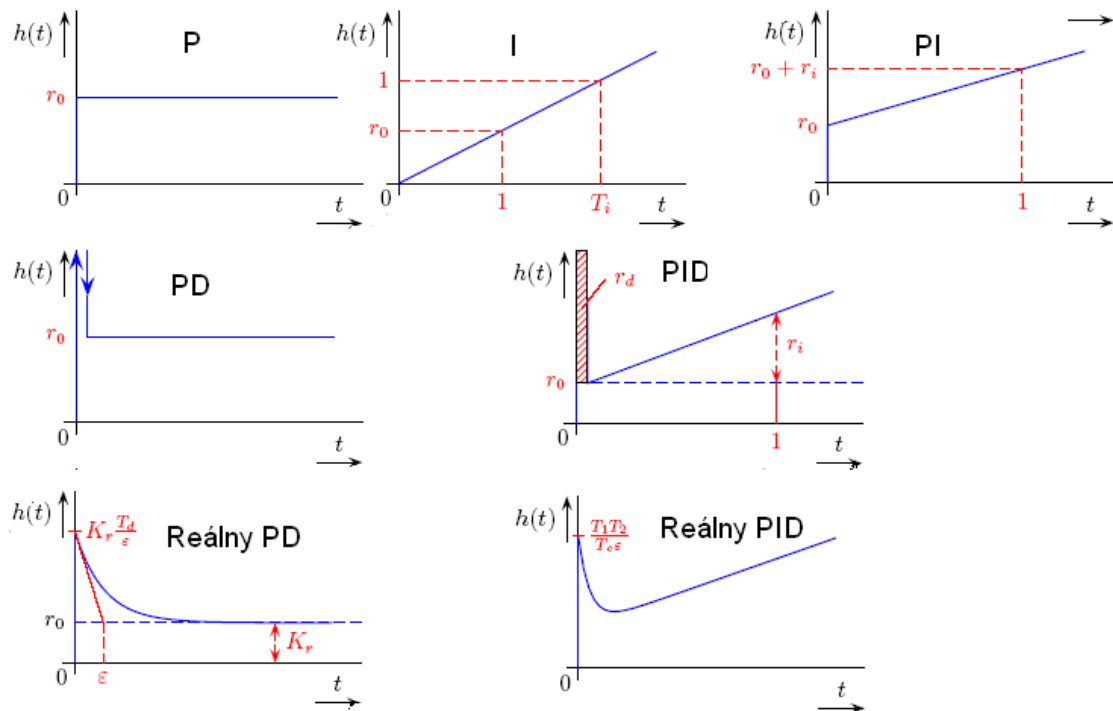
Obr. 24 Realizácia analógového PI člena

PID regulátor:



Obr. 25 Realizácia analógového PID člena

Prechodové charakteristiky rôznych typov regulátorov sú uvedené na obr.26.

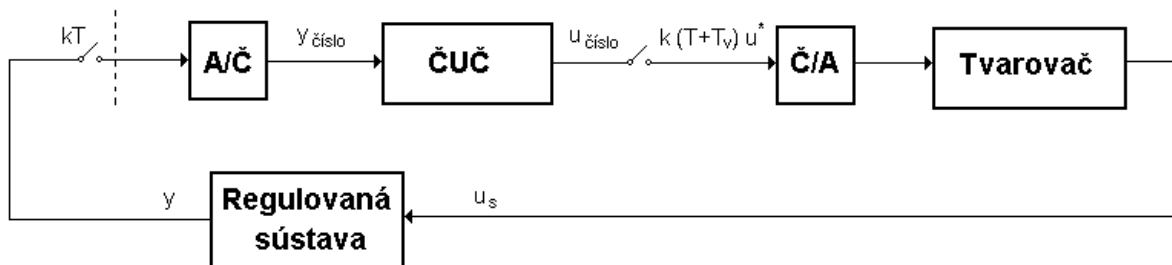


Obr. 26 Prechodové charakteristiky rôznych typov regulátorov

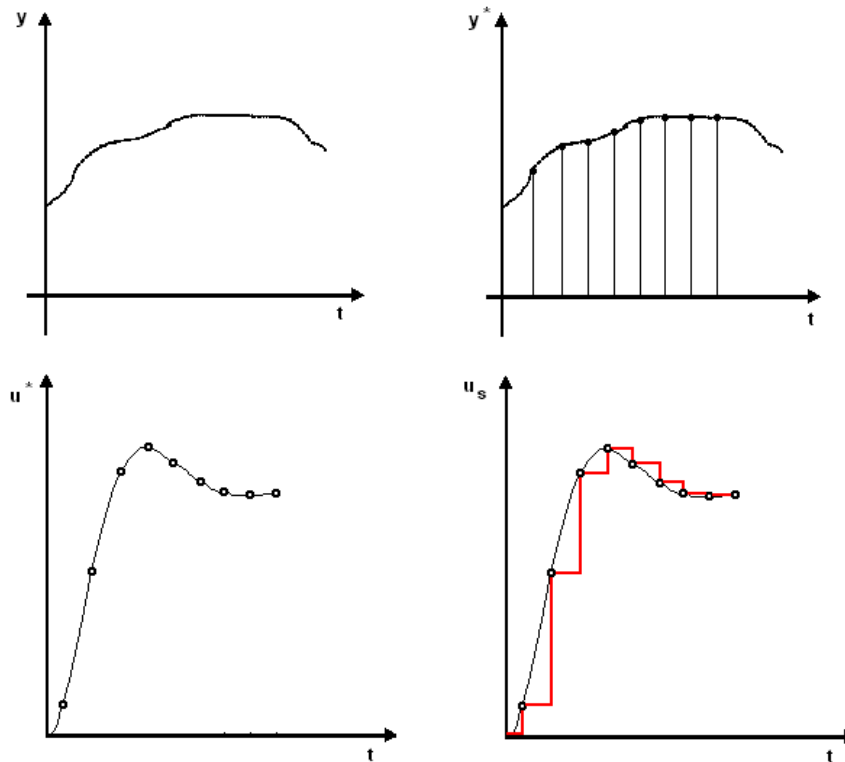
8.2. ČÍSLICOVÉ ÚSTREDNÉ ČLENY

Rozhodujúcim faktorom pri realizácii číslicových obvodov je strata informácie pri digitalizácii signálov, s ktorými pracujú.

Proces digitalizácie signálov:



Obr. 27 Proces digitalizácie signálov



Obr. 28 grafické znázornenie procesu digitalizácie signálov

Digitalizácia signálov sa teda vykonáva v dvoch osiach:

- kvantovanie (os y)
- diskretizácia (os t)

Kvantovanie

Je to digitalizácia signálov v *osi y* a vzniká:

1. **na vstupe A/Č** – dané rozsahom A/Č prevodníka

$$N_{y \max} = 2^n - 1 \quad \dots \quad \text{počet úrovní, na ktoré rozdelíme y}$$

$$\Delta y = \frac{y_m}{N_{y \max}} \quad \dots \quad \text{úroveň kvantovania}$$

$$\delta_y \leq \Delta y \quad \dots \quad \text{chyba}$$

- Chyba A/Č prevodníka sa chová ako chyba merania a je daná počtom bitov
- Dĺžka slova A/Č sa volí tak, aby chyba spôsobená prevodom bola menšia ako chyba merania analógovej veličiny
- Pre elektrické pohony stačia 8-bitové prevodníky

2. pri samotnom spracovaní v pevnej radovej čiarke

všeobecný algoritmus:

$$u_k = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + \dots - (p_1 u(k-1) + p_2 u(k-2) + \dots)$$

$$\Delta p = \frac{p_{\max}}{N_{p_{\max}}} \quad \Delta u = \frac{u_{\max}}{N_{u_{\max}}}$$

$$X = p \cdot u = \underbrace{X_0}_{\substack{\text{presná} \\ \text{časť} \\ \text{výsledku}}} + \underbrace{\delta_x}_{\text{chyba}} = (p_0 + \delta_p)(u_0 + \delta_u) = \underbrace{p_0 u_0}_{\substack{\text{presná} \\ \text{časť} \\ \text{výsledku}}} + \underbrace{\delta_p u_0 + \delta_u p_0}_{\text{chyba}} + \underbrace{\delta_u \delta_p}_{\text{zanedbáme}}$$

$$\delta_{x_{\max}} = \Delta p \cdot u_0 + \delta_u \cdot p_0 = \frac{p_{\max}}{N_{p_{\max}}} \cdot u_{\max} + \frac{u_{\max}}{N_{u_{\max}}} \cdot p_{\max}$$

$$\delta_{x_{\max}} = p_{\max} \cdot u_{\max} \left(\frac{1}{N_{u_{\max}}} + \frac{1}{N_{p_{\max}}} \right)$$

p_{\max} , u_{\max} – dané vstupmi

$N_{u_{\max}}$ – dané A/Č prevodníkom

$N_{p_{\max}}$ – volíme, ale robíme to tak, aby sme to mohli zanedbať voči $N_{u_{\max}}$

3. na výstupe Č/A prevodníka

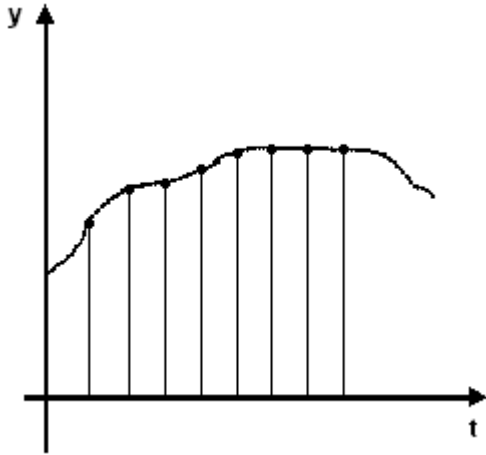
- dané rozsahom Č/A prevodníka
- prejavuje sa podstatne vtedy, ak veľkosti spracovávaných signálov sú porovnateľné s úrovňou kvantovania (blízko ustálených stavov)
Pri tomto kvantovaní môžu vzniknúť nasledujúce chyby:
 - a) trvalá regulačná odchýlka
 - b) náhodne premenlivá regulačná odchýlka v rámci jednej alebo niekoľko málo úrovní
 - c) tzv. **medzný cyklus**

Voľba rozsahu Č/A prevodníka

- volí sa tak, aby zmena o 1 úroveň na A/Č prevodníku vyvolala zmenu o 1 úroveň na Č/A prevodníku

Diskretizácia

Je to vlastne digitalizácia signálu v časovej osi.



Obr. 29 Grafické znázornenie procesu diskretizácie

Dobu vzorkovania volíme tak, aby frekvenčné spektrum vstupných signálov nebolo vzorkovaním podstatne skreslené.

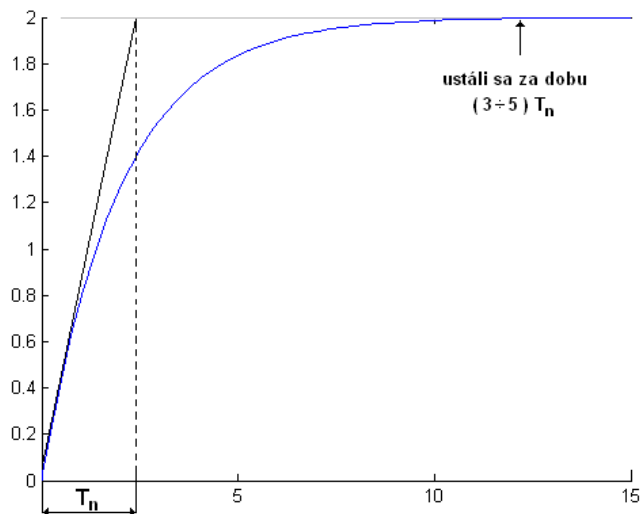
To je splnené vtedy, ak:

$$T \leq \frac{T_n}{k} \quad k \geq 2$$

[Shanon-Kotelnikova teória](#)

T – doba vzorkovania

T_n – náhradná časová konštanta uzavretého obvodu



Obr. 29 Určenie náhradnej časovej konštanty uzavretého obvodu

doba vzorkovania
↓

$$T_n = (3 \div 5) \cdot \left(\tau_\sigma + \frac{T}{2} \right) \parallel$$

τ_σ – súčet všetkých časových konštánt otvoreného obvodu

Ak $T = \tau_\sigma$

$$T \leq \frac{(3 \div 5) \left(\frac{3}{2} T \right)}{k} \Rightarrow k = (3 \div 5) \frac{3}{2} = 4,5 \div 7,5 \Rightarrow k \geq 2$$

8.2.1. Realizácia číslicového ústredného člena (PID regulátora)

Popis:

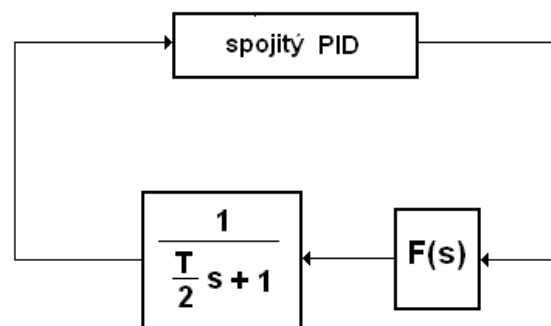
- Z – transformácia
- inžinierske metódy

Inžinierske metódy realizácie PID v časovej oblasti

V časovej oblasti vychádzame zo spojitého popisu číslicového ústredného člena a pridávame náhradný prenos vzorkovača a tvarovača.

$$F_{TV} \approx e^{-s \frac{T}{2}} \approx \frac{1}{\frac{T}{2}s + 1} \parallel$$

↓
zotrvačnosť 1. rádu

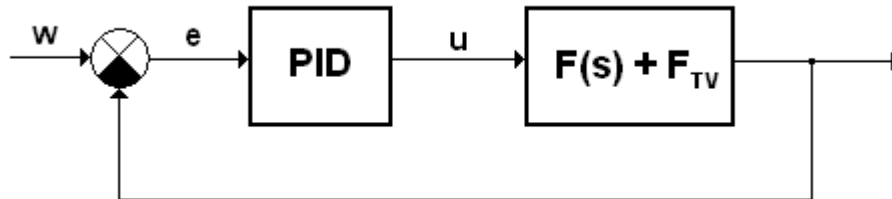


Obr. 30 Bloková schéma regulovaného obvodu so spojitým PID regulátorom a tvarovačom

Postup:

- máme k dispozícii: $F(s) + F_{TV}$
- predpokladáme spojitý regulátor PID:

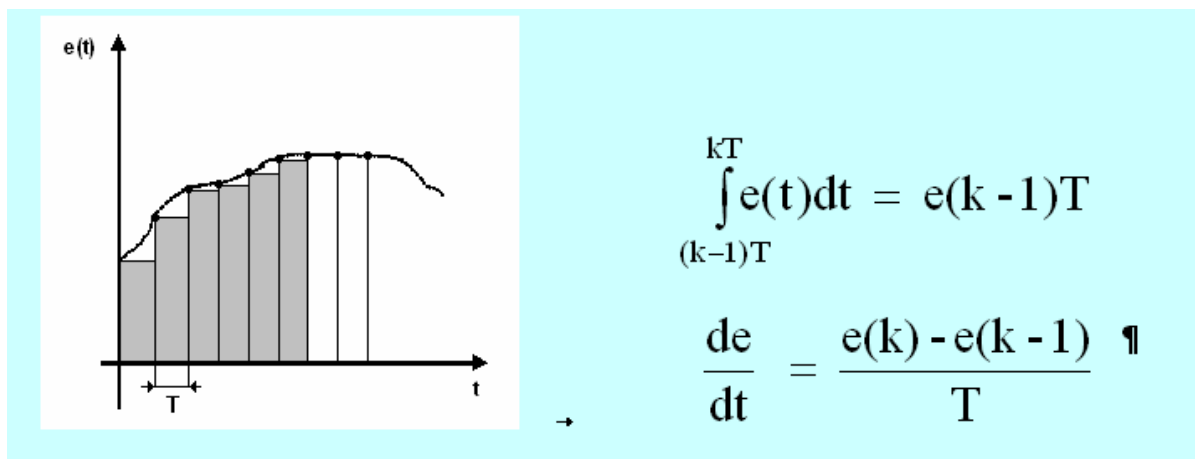
$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1)$$



Obr. 31 Regulačný obvod so spojitým PID regulátorom

- Ak platia podmienky Shanon-Kotelnikovej teórie, tak môžeme nahradiť deriváciu diferenciou a integrál súčtom.

Obĺžniková metóda:



- Potom rovnicu (1) môžeme nahradiť:

$$u(k) = K \left[e(k) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^k e(i-1) + \frac{T_D}{T} (e(k) - e(k-1)) \right] \quad (2)$$

Tento vzťah nie je rekurentný.

Úprava na rekurentný tvar: odčítame od seba dva po sebe nasledujúce body.

$$u(k-1) = K \left[e(k-1) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} e(i-1) + \frac{T_D}{T} (e(k-1) - e(k-2)) \right] \quad (3)$$

Odčítame rovnice (2) – (3):

$$u(k) = u(k-1) + K \left[e(k) - e(k-1) + \frac{T}{T_I} e(k-1) + \frac{T_D}{T} (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \right] \quad (4)$$

$$u(k) = u(k-1) + K \left(1 + \frac{T_D}{T} \right) e(k) + K \left(\frac{T}{T_I} - 1 - 2 \frac{T_D}{T} \right) e(k-1) + K \frac{T_D}{T} e(k-2) \quad (5)$$

\downarrow
 q_0

\downarrow
 q_1

\downarrow
 q_2

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (6)$$

Rovnica (6) predstavuje univerzálny algoritmus pre **PID** regulátor.

Konštanty q_0 , q_1 , q_2 závisia od parametrov spojitého regulátora, od doby vzorkovania T a od zvolenej metódy numerickej integrácie.

Výsledný vzťah popísaný rovnicou (6) závisí od zvolenej metódy integrovania. Pri realizácii v pevnej rádovej čiarky je potrebné ošetriť možné prekročenie rozsahu po každej operácii.

Pretože integračná zložka môže teoreticky narastať do nekonečna, je potrebné obmedziť buď samotnú integračnú časť regulátora alebo celý výstup regulátora.

Literatúra

- [1] HANUŠ, B. OLEHLA, M. MODRLÁK, O.: Číslicová regulace technologických procesů. Algoritmy, matematicko-fyzikální analýza, identifikace, adaptace. VUT Brno, VUTIUM 2000.
- [2] MODRLÁK, O.: Teorie automatického řízení II. Cvičení. (skripta VŠST), VŠST Liberec 1992.
- [3] NISE, N.S.: Control System Engineering. Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990, ISBN 0-471-36601-3.
- [4] GRACE, A., LAUB, J.A., LITTLE, J.N, THOMPSON, C.M.: Control System Toolbox. For Use with MATLAB. User's Guide. The Math Works, Inc. 1995
- [5] DRÁBEK, O., MACHÁČEK, J.: Experimentální identifikace, Skripta, VŠCHT Pardubice 1987.
- [6] NOSKIEVIČ, P.: Modelování a identifikace systémů. MONTANEX a.s., 1999, Ostrava.
- [7] GRACE, A.-LAUB, J.A.-LITTLE, J.N.-THOMPSON, C.M.: Control System Toolbox. For Use with MATLAB. User's Guide. The Math Works, Inc. 1995.
- [8] HANUŠ, B.- ALEXÍK, M.- BÍLA, J.- KROC, L.- KRUPKA, Z.: Teorie automatického řízení II. Skripta Liberec, 1985.
- [9] NELDER, J.A.-MEAD, R.: A Simplex Method for Function Minimization. Computer Journal, Vol.7, p.308-313.
- [10] ŠVEC, J., KOTEK, Z. A J.: Teorie automatického řízení. SNTL Praha, 1969
- [11] STREJC, V.: Stavová teorie lineárního diskrétního řízení, Academia, Praha, 1978
- [12] NIXON, F., E.: Principy soustav automatického řízení, SNTL Praha, 1965
- [13] KUBÍK, Z., KOTEK, Z., ŠTECHA, J.: Teorie řízení, SNTL, 1984
- [14] VAVŘIN, P.: Teorie automatického řízení I, skriptum VUT FEI, Brno, 1991
- [15] OGATA, K.: System Dynamics, Prentice Hall, 1992
- [16] OGATA, K.: Modern Control Engineering, Prentice Hall, 1997
- [17] OGATA, K.: Discrete-Time Control Systems, Prentice Hall, 1995
- [18] RAVEN, F., H.: Automatic Control Engineering, Mc. Graw-Hill, 1995
- [19] FRANKLIN, G., F., POWELL, J., D., WORKMAN, M., L.: Digital Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley, 1990
- [20] SHINNERS, S., M.: Advanced Modern Control System Theory and Design, John Wiley, 1998
- [21] PALM, W., J.: Control System Engineering, John Wiley, 1986
- [22] PHILLIPS, CH., L., NAGLE, H., T.: Digital Control System Analysis and Design, Prentice Hall, 1995
- [23] SHAHIAN, B., HASSUL, M.: Control System Design Using MATLAB, Prentice-Hall, 1993
- [24] KREYSA, K.: Navrhování regulací, skriptum VUT, Brno, 1976
- [25] VAVŘIN, P., ZELINA, F.: Automatické řízení počítačem, SNTL, Praha, 1982
- [26] KOTEK, Z., ŠTECHA, J.: Teorie automatického řízení spojitých lineárních systémů, skriptum ČVUT, Praha, 1977
- [27] ZBORAY, L., ĎUROVSKÝ, F.: Stavové riadenie elektrických pohonov, FEI Košice, 1995
- [28] VAVŘIN, P.: Samočinné řízení II, skriptum VUT Brno, 1971

NÁZOV: Automatizácia priemyselných systémov
AUTORI: Fedor Pavol, Perduková Daniela
RECENZENTI: prof. Ing. Pavel Brandštetter, CSc., Ing. Peter Macko, PhD.
VYDAVATEL: Technická univerzita v Košiciach
ROK: 2012
VYDANIE: prvé
NÁKLAD: 80 ks
ROZSAH: 99 strán
ISBN: 978-80-553-1140-1